

Longitud de pistas en los proyectos de aeropuertos

(Véase mayo, páginas 37 a 44, y julio, páginas 35 a 39, 1943.)

Por E. TERRADAS

2. ANALISIS DE $\tilde{\omega}$ (CARGA ALAR) COCIENTE DEL PESO POR LA SUPERFICIE SUSTENTADORA

1. *Planteo del problema.*—La tendencia, impuesta por las necesidades del servicio, de elevar la velocidad horizontal, es el factor que principalmente obliga a calcular las pistas con longitudes cada vez mayores. Por consiguiente, el problema de aumento de velocidad horizontal necesita de un análisis detenido si se pretende tener idea de los límites que comporta en el estado actual de la técnica, los cuales repercuten en el problema de la longitud de pistas.

Es preciso ante todo tener presentes los elementos "paramétricos" del problema. Son los siguientes: 1) Peso por caballo $\frac{W}{N}$ o su inversa, potencia en kgm. por segundo por kilo de peso del avión: $\frac{N \cdot 75}{W} = \frac{1}{\lambda}$, generalmente se refiere a la potencia propulsora, por lo que hay que multiplicar por el rendimiento de la hélice η . El parámetro resultante se designará por $\frac{\eta}{\lambda}$. 2) La carga alar $\tilde{\omega}$, o cociente entre el peso del avión W y la superficie portante o sustentadora S : $\tilde{\omega} = \frac{W}{S}$. 3) El coeficiente de perfil del ala C_p . 4) Las superficies parásitas, cuya resistencia, aumentada de la de perfil del ala, da la resistencia frontal total: $f = \frac{W}{\varepsilon}$; f entra en la resistencia con el coeficiente ε , esto es, resistencia parásita = $\frac{1}{2} \rho V^2 f$. 5) El alargamiento A , que medido en función de la distancia entre puntas de ala o envergadura $2b$, es $\frac{(2b)^2}{S}$. 6) El

coeficiente K de alargamiento, que es π para el ala elíptica, de modo que la resistencia inducida vale $\frac{C_L^2}{KA} \frac{1}{2} \rho V^2 S$, lo cual, con $W = \frac{1}{2} C_L \rho V^2 S$, da para tal resistencia $\frac{W^2}{\frac{1}{2} \rho K A V^2 S}$.

Estos elementos paramétricos puede variarlos el constructor según el objeto del avión que proyecta. Como influyen entre sí y en los resultados, es decir, en las aptitudes del avión, se tratará brevemente en lo que sigue. Método general es el cálculo de una aptitud, v. gr., velocidad horizontal, velocidad de ascenso, techo, longitud de pista, y variar cada uno de los parámetros, dejando constantes los demás. Luego se analiza hasta qué punto puede hacerse variar un parámetro dejando constantes los otros, y, si no es posible admitirlo, se calculan las correcciones.

Entre todos los parámetros, los más importantes son los cinco ya mencionados. Se añadirá como parámetro fundamental la altitud del vuelo definida por la densidad del aire ρ .

Considérese en primer lugar la velocidad horizontal. Dados $\frac{\eta}{\lambda}$, $\tilde{\omega}$, ρ , C_p , ε , A , la velocidad horizontal V se calculará en función de ellos por la igualdad entre el trabajo motor y resistente:

$$N \cdot 75 \cdot \eta = (C_p S + f) \frac{1}{2} \rho V^3 + \frac{W^2}{\frac{1}{2} \rho K A V S}$$

Si se fijan, por ejemplo, A , K , C_p y f , es una relación entre $\frac{\eta}{\lambda}$, $\tilde{\omega}$, ρ y V . A cada valor de ρ corresponde una super-

ficie $F\left(\frac{\eta}{\lambda}, \bar{\omega}, V\right) = 0$. En la figura 1 se ofrece una representación de tres superficies, correspondientes a tres valores de ρ , mediante su perspectiva caballera en tres ejes rectangulares. Mediante esta representación se tiene una idea intuitiva de las curvas correspondientes a $\bar{\omega}$ y ρ constantes, a $\frac{\eta}{\lambda}$ y ρ constantes, etc. El caso de ser $\bar{\omega}$ y ρ constantes, traduce la fórmula de la velocidad horizontal V para un avión de $\bar{\omega}$ dado

una potencia másica $\frac{\eta}{\lambda}$ y una velocidad V , si no corresponde a $V_{m\acute{a}x}$, se puede lograr ésta aumentando $\bar{\omega}$ hasta alcanzar la óptima en la rama "ascendente" de las $\bar{\omega}$.

¿Conviene, en todo caso, adoptar la $\bar{\omega}$ óptima y la $V_{m\acute{a}x}$? Téngase presente que la $V_{m\acute{a}x}$ se ofrece como los máximos ordinarios en lugares de la curva en que su variación es escasa. Puede no ofrecer suficiente ventaja alcanzar la $V_{m\acute{a}x}$ si para ello la $\bar{\omega}_{\acute{o}pt}$ es demasiado elevada. Según el

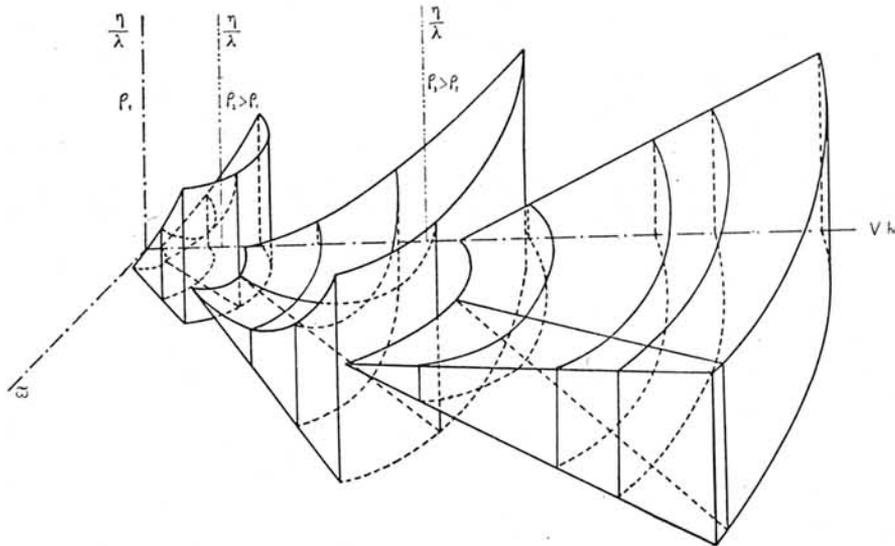


Figura 1

volando a determinada altura; es el régimen de velocidad a diversas potencias $\frac{\eta}{\lambda}$, objeto de tantos diagramas más o menos prácticos que resuelven la ecuación en V para cada valor de $\frac{\eta}{\lambda}$ (fig. 2) (1). En este diagrama las ordenadas son los valores de $\frac{\eta}{\lambda} \cdot t \cdot 10^{-5}$, siendo

$$\frac{1}{t} = \left(\frac{C_p}{\bar{\omega}} + \frac{1}{\epsilon} \right) \frac{\rho}{2}$$

y las abscisas son los valores de $\sqrt{\frac{2 \bar{\omega} t}{\rho K A}} \cdot 10^{-3}$.

El problema de la carga alar corresponde a secciones en que $\frac{\eta}{\lambda}$ es constante. Dada la ρ , en la superficie correspondiente se obtienen las curvas que traducen la dependencia entre $\bar{\omega}$ y V . Estas curvas son más o menos parabólicas. Las figuras 3 y 4 representan dos casos distintos como secciones "horizontales" de una superficie $\rho = \text{const.}$ de la figura 1, abatidas sobre el plano "vertical" transparente. El vértice o punto de V máxima ($V_{m\acute{a}x}$) y de $\bar{\omega}$ óptima ($\bar{\omega}_{\acute{o}pt}$) forma parte del contorno aparente sobre el plano $\frac{\eta}{\lambda}, V$. Dada

destino del avión, será preferible apartarse más o menos de la $V_{m\acute{a}x}$ cuando $\bar{\omega}$ excesiva, por ejemplo, introduzca inconvenientes serios en la velocidad ascensional, en la longitud de pista, etc. Es una cuestión, como en todas las de Ingeniería, en que el criterio es resultante del conjunto de los criterios extremos que resultan del análisis.

Importa, pues, ante todo, conocer la curva que relaciona $\bar{\omega}_{\acute{o}pt}$ con $V_{m\acute{a}x}$ y examinar su variación en las inmediaciones del máx. de V , o sea la sensibilidad a $\frac{\eta}{\lambda}$ y ρ constantes, suponiendo constantes también los demás parámetros.

Después habrá de estudiarse cómo varían las curvas al alterar $\frac{\eta}{\lambda}$ (secciones "horizontales" de la superficie dada por un valor determinado de ρ); cómo varían las curvas para una $\frac{\eta}{\lambda}$ dada al pasar de una ρ a otra (secciones horizontales a la misma altura en las diversas superficies ρ), y cómo varían las superficies representadas al alterar los otros tres parámetros.

La última ecuación, escribiendo

$$\frac{1}{2} \rho K A V = a, \quad \frac{1}{2} \rho \frac{V^3}{\epsilon} \frac{\eta}{\lambda} = b, \quad \frac{1}{2} \rho V^4 C_p = c,$$

se convierte en

$$a \bar{\omega}^2 + b \bar{\omega} + c = 0.$$

(1) Barth: "Die überschlägige Berechnung von Flugleistungen". *Luftwissen*, 1938, págs. 94 a 96.

Como los coeficientes a, b, c son funciones de V , es una relación implícita entre $\bar{\omega}$ y V : $F(\bar{\omega}, V) = 0$, que para cada valor de V da dos valores de $\bar{\omega}$ reales o imaginarios. La separación entre los reales e imaginarios corresponde al valor de V que da dos raíces iguales para $\bar{\omega}$. Este valor especial

de V es el que corresponde a la máxima velocidad V_m . En él la tangente a la curva $F(\bar{\omega}, V) = 0$ es paralela a $\bar{\omega}$:

$$\frac{dV}{d\bar{\omega}} = 0.$$

Valores de $\frac{\eta}{\lambda} \cdot t \cdot 10^{-5}$ (ordenadas).

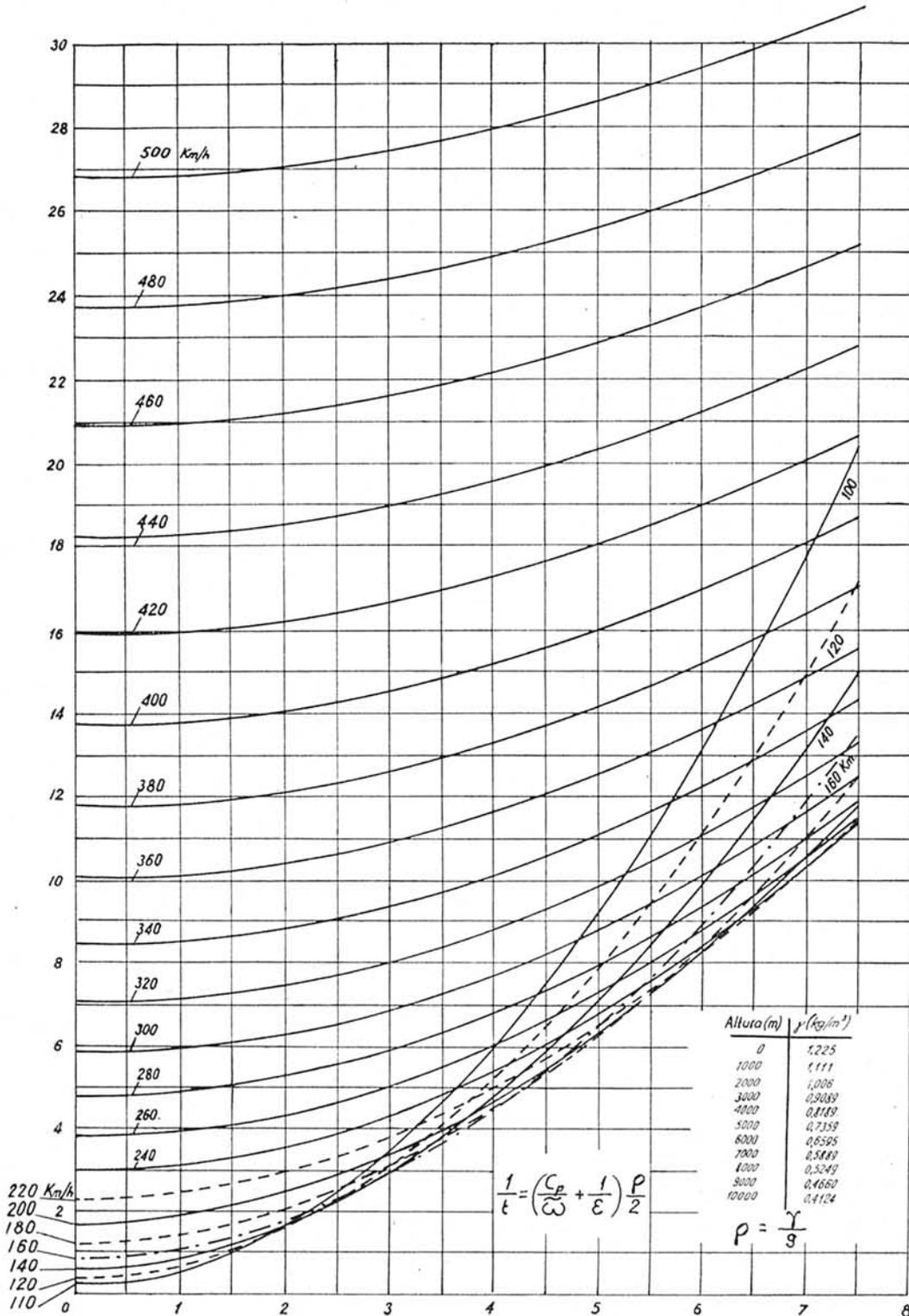


Figura 2
(Diagrama de Barth.)

Las figuras 3 y 4 traducen gráficamente dos casos concretos para diverso régimen de potencia de crucero (1).

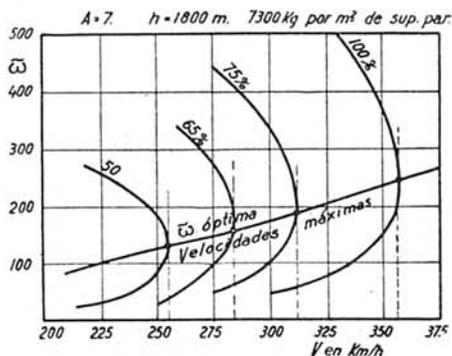


Figura 3

2. Resolución del problema.—La condición

$$b^2 = 4ac$$

conduce para determinar V_m a la ecuación de tercer grado

$$\frac{\eta}{\lambda} - \frac{1}{2} \frac{\rho}{\epsilon} V_m^3 = 2 \sqrt{\frac{C_p}{KA}} V_m. \tag{2}$$

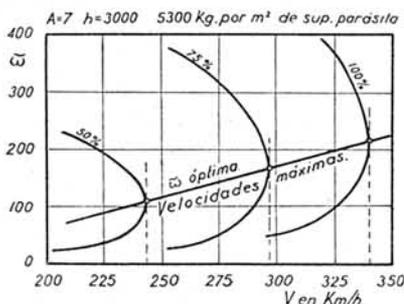


Figura 4

Con el valor de V_m se calcula $\bar{\omega}$ óptima por

$$\bar{\omega}_{opt} = -\frac{h}{2a} = \frac{1}{4} \rho KA V_m \left(\frac{\eta}{\lambda} - \frac{1}{2} \frac{\rho}{\epsilon} V_m^3 \right),$$

lo que, en vista de (2), da

$$\bar{\omega}_{opt} = \frac{1}{2} \sqrt{KA C_p \rho V_m^3}. \tag{3}$$

Esta fórmula indica que para aviones que vuelen a cota dada, un aumento de la velocidad V_m se traduce en un aumento de $\bar{\omega}$ proporcional al cuadrado de V_m . Por tanto,

(1) Vessey: "The effect of Wing loading on the Design of Modern Aircraft with particular regard, to the Take-off problem". "Journal of the Royal Aeronautical Society", 1938, páginas 369 a 404.

Belart: "High wing loading". "Aircraft Engineering", 1938, págs. 173 a 176 y 191; núm. 112, vol. X.

para obtener aviones veloces hay que aumentar la carga alar, y tal aumento crece con la velocidad máxima.

La intervención de ρ señala que para reducir $\bar{\omega}$ se puede reducir ρ volando a elevada altura. Fijada ésta, y dado V_m y $\bar{\omega}_{opt}$, la fórmula (2) da la relación entre λ , C_p y A , que debe ser satisfecha y que permita fijar A , por ejemplo, dadas las otras dos.

En rigor, al variar $\bar{\omega}$ varía, por razones constructivas, el peso W de los aviones que se comparan. Si se introduce lo que se llama la corrección del peso, como se indica más adelante, los resultados no difieren mucho de los que se obtienen con W constante. La variación de W es debida a las exigencias de la construcción y resistencia de materiales al proyectar la estructura del ala.

3. Propiedades de la solución.—De la fórmula (3) se deduce para V_m y $\bar{\omega}_{opt}$

$$V_m^4 = \frac{\bar{\omega}^2}{C_p \frac{1}{4} KA \rho^2} = \frac{W^2}{C_p \frac{1}{4} \rho^2 KA S^2};$$

por tanto,

$$C_p S \frac{1}{2} \rho V_m^3 = \frac{W^2}{\frac{1}{2} \rho KA V_m S} = \frac{C_L^2 S \frac{1}{2} \rho V_m^3}{KA};$$

es decir, la resistencia de perfil del ala es idéntica a la inducida

$$C_p = \frac{1}{KA} C_L^2.$$

En la parábola polar inducida del ala, la abscisa $\frac{1}{KA} C_L^2$ es igual a C_p ; luego el vértice divide en dos mitades iguales al segmento $C_p + \frac{1}{KA} C_L^2$ de la polar de la superficie de sustentación. O dicho de otro modo, recordando las propiedades elementales de la parábola, el valor de C_L/C_p corresponde, para $V_{máx}$, a la tangente de la máxima fineza para la superficie de sustentación. A este resultado puede también llegarse directamente, observando que la resistencia de perfil y la inducida para una V dada, dan, al variar S (ó $\bar{\omega}$), suma mínima cuando son iguales, puesto que su producto es constante. Por tanto, dados η , λ , f , W , A , C_p , ρ , a la V determinada por la condición de máxima fineza, ha de corresponder un valor $V = V_m$ máximo, y la $\bar{\omega}$ correspondiente justifica el apelativo *óptima*, porque es la que permite construir el aeroplano más veloz entre los de W , N , η , f , C_p , A y ρ fijadas de antemano.

De esto resulta que no es la tangente desde el origen a la polar del avión la que determina las condiciones de marcha óptima, sino a la polar del ala desde su origen. Es decir, en la figura 1 si para una velocidad V se requiere el mínimo gasto de energía $\frac{\eta}{\lambda}$ deberá aumentarse $\bar{\omega}$ hasta alcanzar el valor $\bar{\omega}$ óptimo, para el cual V es a la vez máximo. La energía correspondiente para la V dada resulta así mínima. Es el gasto mínimo de energía para volar a la velocidad V , y, para alcanzarlo, $\bar{\omega}$ debe ser $\bar{\omega}_{opt}$.

Para el nivel del mar a poca $\frac{\eta}{\lambda}$ debe volarse con ángulo α relativamente elevado para sostener el peso, lo que da resistencia inducida grande. Lo mismo ocurre con ρ pequeña, es decir, en el vuelo de cota elevada. En cambio, a plena apertura de mariposa, a plena potencia y niveles reducidos, la resistencia de perfil y parásita es lo que dificulta el alcan-

valor ω óptimo que corresponde a la $V_{m\acute{a}x}$ en un avión que vuela a determinada altura ρ con coeficientes C_p, ϵ, A dados. El valor de $V_{m\acute{a}x}$ es función de la potencia por caballo y del rendimiento de la hélice, y viene dada por la ecuación 2.

4. *Diagrama de Göthert* (1).—La fig. 5 representa el diagrama de Göthert que traduce los valores de $V_{m\acute{a}x}$ y $\omega_{\acute{o}pt}$ en

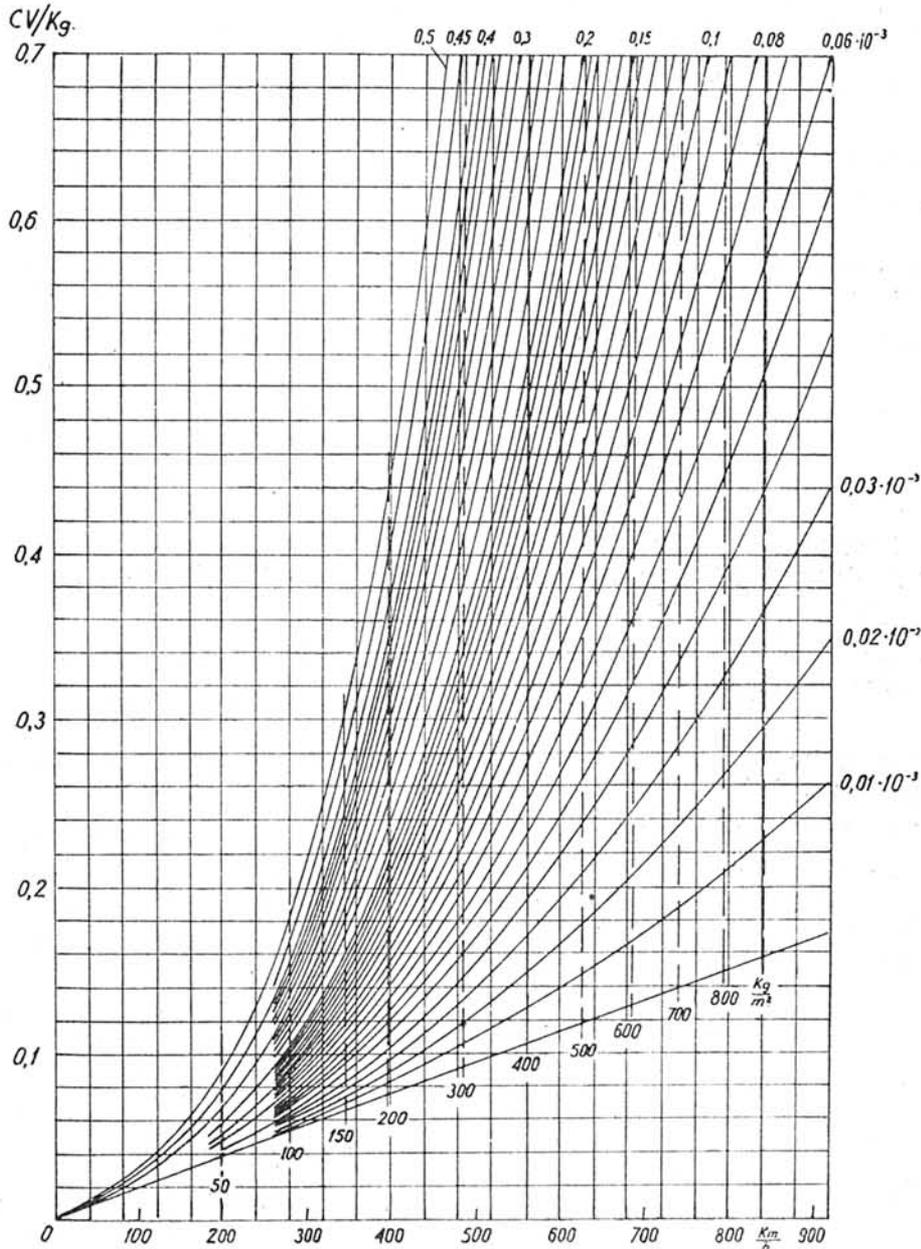


Figura 5
(Diagrama de Göthert.)

zar velocidades grandes. Para reducirla, es decir, para aumentar la velocidad, una vez llevadas a un mínimo la resistencia parásita y la de perfil, queda el recurso de disminuir la superficie. Al disminuirla, crece ω ; pero al rebajar S para equilibrar W hay que aumentar C_L y aumenta la resistencia inducida. Es así cómo disminuyendo la de perfil y aumentando la inducida se igualan en el máximo de V , o sea en el

función de los demás parámetros (fórmulas 2 y 3). En las ordenadas están los valores de $\frac{\eta}{\lambda}$ y en abscisas los de V en kiló-

(1) Göthert: "Einfluss von Flächenbelastung, Flügeltreckung, und Spannweitenbelastung auf die Flugleistungen, Luftfahrtforschung", 1939, tomo XVI, págs. 229 a 246.

metros/hora. El haz de curvas parabólicas tiene por parámetro característico la resistencia parásita, y las curvas casi paralelas al eje de ordenadas son las $\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}$. Todos los parámetros de entrada son relativos, y por tanto, también los de los haces de curvas, a saber:

Ordenadas: $y = \frac{\eta N}{W} \Omega_{\rho}^{1/2} \Omega_A^{3/4} \Omega_{\rho}^{-1/4}$ (caballos por kilogramo), valores entre 0 y 0,7, siendo $\Omega_{\rho} = \frac{\rho}{\rho(4000\text{ m})}$,
 $\Omega_A = \frac{A}{5}$, $\Omega_{\rho} = \frac{C_p}{0,01}$.

Abscisas: $x = V_{m\acute{a}x} \Omega_{\rho}^{1/2} \Omega_A^{1/4} \Omega_{\rho}^{1/4}$ (kilómetros por hora), valores entre 0 y 900 km/h.

Curvas parabólicas de resistencias parásitas: $= \frac{1}{\varepsilon} \Omega_{\rho}^{-1}$, valores entre 0 y $0,5 \cdot 10^{-3}$.

Curvas de igual $\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}$, $\tilde{\omega}_{\acute{o}pt} = 50$ a 900 kg/m².

Los valores usuales de A varían entre 4 y 12 (lo más corriente es 6 a 8); los de C_p , entre 0,006 y 0,017; ε , entre $20.000 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2}$ (aviones modernos de gran finura aerodinámica) y 4.000; $\frac{\eta N}{W}$ entre 0,1 y 0,35, según se trate de aviones rápidos de gran alcance o de corto alcance.

El uso del diagrama es sumamente sencillo. Se requiere, por ejemplo, $\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}$ y $V_{m\acute{a}x}$ para un peso dado W , conocidos A , ε , C_p , la potencia N del motor y rendimiento de la hélice η para una altura dada ρ . Se calculan las tres Ω . Luego se calcula y , y con este valor y el de la curva de ε se señala el punto fundamental del diagrama. La curva $\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}$ que por él pasa da su valor, y en la abscisa se halla la x correspondiente, con la cual, conocidas las Ω , se pasa a la $V_{m\acute{a}x}$ que se busca.

Mediante el diagrama pueden resolverse los diversos casos de variación o diferencia; es decir: ¿en cuánto varía V_m cuando $\frac{N}{W}$ varía en determinado tanto por ciento? Pero lo más esencial es conocer las diferencias respecto de valores normales. Es decir, por ejemplo, funcionando a determinada potencia y con $\tilde{\omega}$ dada inferior al $\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}$, ¿qué fracción de $V_{m\acute{a}x}$ se pierde? Es decir, en la figura 1 determinar las diferencias de las coordenadas de los puntos de una curva sección por determinado plano $\frac{\eta}{\lambda} = \text{constante}$ respecto del punto de intersección de dicho plano por la curva de contorno aparente sobre plano de coordenadas $\frac{\eta}{\lambda}$ y V_{horiz} .

Al propio Góthert se debe el diagrama de la figura 6, que relaciona la $V_{m\acute{a}x}$ con $\frac{\tilde{\omega}}{\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}}$ mediante un haz de curvas de un solo parámetro ζ , a saber:

$$\zeta = \frac{\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}}{C_p \varepsilon}, \text{ o mejor } \zeta = \frac{\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}}{\Omega_{\rho} \varepsilon},$$

cuyo valor varía entre 0 y 0,15. Estas curvas son muy interesantes. De ellas se deduce cuándo será oportuno pasar a $\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}$ o cuándo es inútil aumentar $\tilde{\omega}$ por ser insignificante la ganancia de V . El valor de ζ es expresable también por:

$$\frac{\rho}{2\varepsilon} V_{m\acute{a}x}^2 \sqrt{\frac{KA}{C_p}}; \text{ o bien } \frac{\eta}{\lambda} \frac{1}{V_{m\acute{a}x}} \sqrt{\frac{KA}{C_p}} - 2;$$

y examinándolo en tales diversas fórmulas se advierte que sólo para pequeños valores de ζ hay sensibilidad en $\tilde{\omega}$; es decir, que para una variación $\Delta \tilde{\omega}$ hay variación sensible de V en las proximidades de $V_{m\acute{a}x}$. En la curva $\varepsilon = \infty$ avión sin resistencia parásita, hay 10 por 100 de ganancia en V para 50 por 100 de aumento en $\tilde{\omega}$. Para los valores altos de ζ se ob-

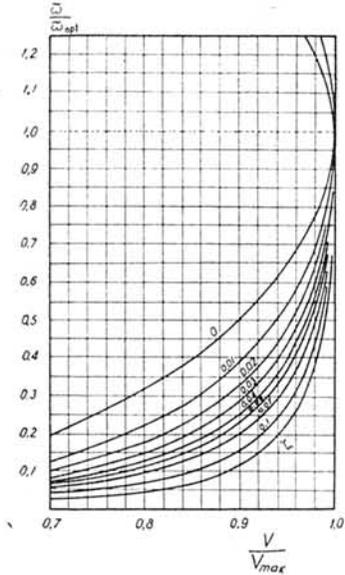


Figura 6

tiene ganancia en V aumentando $\tilde{\omega}$. Un valor elevado de ζ resulta de un valor elevado de $\frac{\eta}{\lambda}$ para una $V_{m\acute{a}x}$ dada, o de un valor modesto de $V_{m\acute{a}x}$ para $\frac{\eta}{\lambda}$ dada. No interesa en tales casos acercarse al $\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}$. Una disminución de ζ por navegar a mayor altura aumenta la ventaja de aproximarse al $\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}$. Pero este valor es entonces relativamente más bajo, porque $\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}$ es proporcional a ρ .

La doble tendencia de navegar a gran altura y de reducir todo lo posible la resistencia parásita conduce para aviones veloces y de rendimiento económico a acercar $\tilde{\omega}$ al $\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}$, el cual se concreta a valores alrededor de 200 a 300 kilogramos por metro cuadrado al fijar la velocidad de crucero a cota elevada. De este modo, la cota elevada viene a favorecer el régimen de ascenso y de levantar vuelo en pista.

5. Variantes.

1. Variación del parámetro λ . — ¿Cómo varían $\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}$ y $V_{m\acute{a}x}$ cuando N es una fracción de la potencia correspondiente a la máxima apertura de mariposa o se viaja a presión reducida en la admisión?

$$\text{Sea } \lambda' = \lambda v = \frac{W}{N} v = \frac{W}{N/v}.$$

Para $KA = 6,93$, $\varepsilon = 7.300$ kgs/m², altura 1.800 m., $C_p = 0,01$, $S = 87$ m², $V_{m\acute{a}x} = 358$ kms/h., $N = 1.545$ caballos, $W = 8.500$ kgs., $\eta = 0,83$ a pleno gas, $\tilde{\omega}_{\acute{o}pt} = 243$, resulta el diagrama de la figura 3. Al funcionar en crucero el aparato (transporte comercial) no es necesario el valor de 243 para $\tilde{\omega}$, y el más indicado para $v = 0,65$ sería 170 kilo-

gramos/m². A este valor corresponde una velocidad de crucero igual a 285 kms/h.

Si el avión tiene 100 kgs/m², su $\tilde{\omega}$ a $v = 0,65$, corresponde a un valor menor que el óptimo y la velocidad de crucero a 275 kms/h. Es decir, por tratarse de un valor junto al máximo de V , la pérdida en V es relativamente pequeña para una diferencia relativamente grande en $\tilde{\omega}$. Para $v = 0,65$, una reducción de 50 por 100 en $\tilde{\omega}$ altera $V_{m\acute{a}x}$ en menos del 5 por 100.

El valor reducido de $\tilde{\omega} = 100$ kgs/m² facilita mucho la maniobra de levantar vuelo y posar, y disminuye la longitud de pista conforme lo razonado y calculado al examinar la rodadura, y por este motivo es aconsejable en la construcción del avión, aun reconociendo que la aptitud "velocidad" puede mejorar con el mismo peso por caballo.

2. *Variación de ρ (altura).*—Si el avión se destina al vuelo elevado, la ρ que figura en la fórmula es una fracción de la ρ al nivel del mar. Además, varía λ , en general. Si se mantiene λ mediante adecuado compresor, la variación con la altura se reduce a la de ρ . Para un motor dado, en general hay que tener en cuenta ambas variaciones. Para el avión anterior, por ejemplo, resulta el siguiente diagrama (fig. 7), en que la potencia se supone ser el 75 por 100 de la máxima. Si el motor tuviera que volar a 15.000 metros en lugar de 1.800, la carga alar más favorable, que da la máxima velocidad de 430 kms/h., en vez de ser próxima a 200 kgs/m², como para la altura de 1.800 m., sería de 90 kgs/m². Es decir, que el vuelo a elevada cota tiende a disminuir la carga alar y favorece las maniobras en pista.

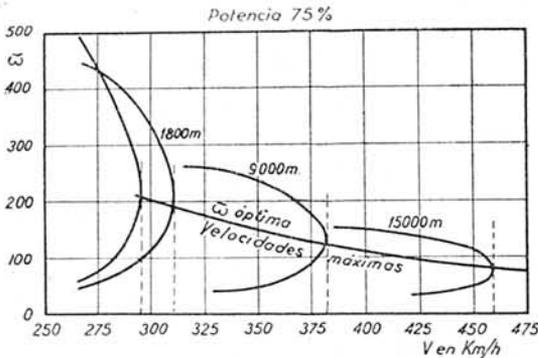


Figura 7

Se explica que los constructores hayan procurado desarrollar la construcción que permita vuelos de alta cota cuando hay pocas escalas en trayectos muy largos.

En cambio, ocurre que para vuelos de alta cota la sensibilidad en la variación de $V_{m\acute{a}x}$ al variar $\tilde{\omega}$ es mayor que para vuelos de cota reducida. Si el DC Douglas, a que se refieren las características del diagrama, estuviera equipado para el vuelo estratosférico con $\tilde{\omega} = 90$, podría lograr una velocidad de 460 kms/h.; pero una reducción a la mitad en el valor de $\tilde{\omega}$ reduciría 30 kms. por hora la velocidad de crucero.

3. *Influencia del alargamiento A.*—Al aumentar A crecen simultáneamente $\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}$ y $V_{m\acute{a}x}$; pero si el crecimiento de V con A es pequeño, el de $\tilde{\omega}$ es grande. No hay ventaja, por tanto, en emplear grandes valores de A para aumentar la ve-

locidad, y debe proyectarse con valores numéricos alrededor de 7 (fig. 8).

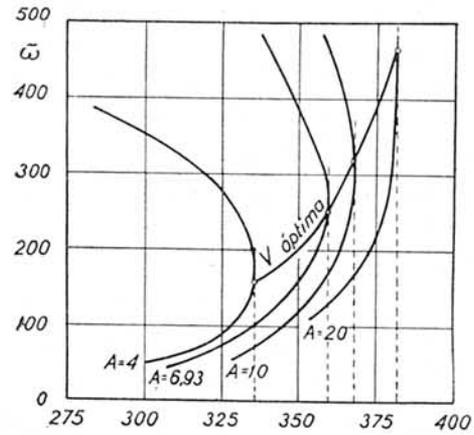


Figura 8

4. *Influencia de las resistencias parásitas* (fig. 9).—La reducción de las resistencias parásitas permite alcanzar velocidades elevadas, pero exige valores elevados de $\tilde{\omega}$. Para el ala volante, $f = 0$, y por tanto, la fórmula (2) da

$$V_{m\acute{a}x} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{KA}{C_p}} \frac{\eta}{\lambda}$$

independiente de ρ . Es decir, la velocidad que puede alcanzar el ala volante es independiente de la altura. Pero en cambio no es independiente de la altura el valor de $\tilde{\omega}$. La fórmula (3) da

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{\acute{o}pt} &= \frac{1}{2} \sqrt{KA C_p \rho V_m^2} \\ &= \frac{1}{8} \frac{\eta^2 (KA)^{3/2}}{\rho \sqrt{C_p}} \end{aligned}$$

Para reducir $\tilde{\omega}$ se puede reducir ρ , es decir, ganar altura, y como límite el vuelo estratosférico. Como $V_{m\acute{a}x}$ no debe alcanzar la velocidad del sonido, y éste disminuye con la altura, se advierte que, en rigor, $V_{m\acute{a}x}$ y $\tilde{\omega}_{\acute{o}pt}$ disminuyen con ρ ; la primera, lentamente; la segunda, de modo rápido.

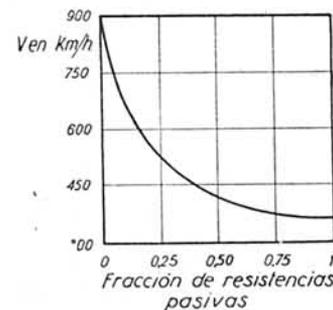


Figura 9

Por tanto, la disminución de la resistencia parásita favorece el aumento de velocidad; pero obliga, para aprovechar

toda la ventaja, a recurrir al vuelo elevado, que reduce ω a valores prácticos.

5. Sobre los diagramas anteriores el lector puede desarrollar diversos ejemplos. Para los trayectos de gran alcance se tomará el peso medio, teniendo en cuenta el combustible y la carga de bombas y munición y torpedos. Al desarrollar los ejemplos es conveniente traducir en diagramas la velocidad $\frac{V}{V_{m\acute{a}x}}$ para diversos valores de $\tilde{\omega}$ y otro parámetro, que puede ser $\rho, A, \frac{\eta}{\lambda}, \epsilon$. Se tienen así haces de curvas en cada figura según el valor del parámetro, dando a los demás valores definidos.

He aquí algunos parámetros de aviones construídos, tomados del estudio mencionado de Belart:

	Douglas DC-2	Short Mercury	Heinkel 70	Supermarine 56-B	Drone BAC
S.....	87 m ²	63	36,5	13,5	16
2 b.....	26 m.	22,20	14,80	9,15	12,10
A.....	7,71	7,90	6	6,20	9,16
W.....	8.500 kgs.	9.300	3.300	2.700	290
N.....	1.545 HP.	1.380	640	2.640	25
η	0,83	0,80	0,80	0,77	0,66
λ	6,8	8,6	6,6	1,37	18
V horizontal.	340 kms/h.	330	360	654	120
Cota.....	1.800 m.	4.000	Nivel del mar	Nivel del mar	Nivel del mar
Resistencia total..	1.020 kgs.	890	285	830	37
Inducida....	81	171	27	15	2,9
Perfil.....	405	225	224	275	16,9
Parásita....	534	495	134	540	17,2
C_p	0,01	0,01	0,01	0,01	0,015
f.....	1,16 m ²	1,36	0,216	0,26	0,24
ϵ	7.300 kgs/m ²	6.810	15.250	10.400	1.208
V máx.....	358	336	414	714	130
$\tilde{\omega}_{opt}$	243	175	352	1.150	51
$\tilde{\omega}$	98	148	90,5	200	18
$\frac{V}{V_{m\acute{a}x}}$	0,95	0,99	0,86	0,92	0,92

6. Influencias de $\tilde{\omega}$ en la velocidad ascensional y otras aptitudes.—En la primera parte (1), al tratar las longitudes de rodada, se ha visto la influencia preponderante de $\tilde{\omega}$. Un elevado valor de $\tilde{\omega}$ durante la maniobra alarga la pista; es, por tanto, desde este punto de vista, inconveniente y no ventajosa. Por tales razones se ha tratado de compensarle aumentando la superficie durante el vuelo bajo, forzando la potencia del motor con bombas de combustible y carburantes que eviten la detonación del mismo; cargando combustible en vuelo, cambiando el paso de la hélice, inclinando su eje respecto de la cuerda del ala; modificando las alas, maniobrando alones; largando en pendiente; empleando mecanismos adecuados, etc. (de todo lo cual se tratará más adelante). El objeto que se persigue es no perjudicar la estabilidad de maniobra y acortar la largada y vuelo bajo sin prescindir esencialmente de las ventajas de un ala pequeña para alcanzar grandes velocidades horizontales. En lo que precede de esta segunda parte se han analizado tales ventajas en relación con la aptitud "velocidad horizontal", acaso la más importante del avión de crucero.

Pero los inconvenientes de un elevado valor de $\tilde{\omega}$ no se concretan a la largada y vuelo bajo, sino también a la velo-

cidad ascensional y al techo. Ya se ha visto que si se vuela a gran altura no es necesario forzar $\tilde{\omega}$ y que precisamente se puede volar así rápidamente y con acopio de combustible; para aviones de gran radio de acción, muy rápidos y que deban llevar sobrecarga lo más elevada posible, el vuelo de alta cota es solución acertada.

El análisis del vuelo ascendente y del techo resulta de ser aquél consecuencia del excedente de potencia sobre la que requiere el vuelo horizontal a un ángulo dado de ataque: α .

La ecuación de potencia por exceso del primer miembro sobre el segundo dará un sobrante, que si se designa por w la velocidad ascensional, será el valor de $W w$.

Por tanto, sustituyendo V^2 por su valor aproximado para trayectorias poco empinadas, $\frac{2}{\rho C_L} \tilde{\omega}$, y dividiendo por W ,

$$w = \frac{\eta}{\lambda} - \sqrt{\frac{2}{\rho}} \left(\frac{C_p}{\tilde{\omega}} + \frac{1}{\epsilon} \right) \frac{(V\tilde{\omega})^2}{C_L V C_L} + \frac{V 2 \tilde{\omega}}{K A V \rho} \sqrt{C_L}$$

$$= \frac{\eta}{\lambda} - \sqrt{\frac{2 \tilde{\omega}}{\rho C_L^3}} \left[\frac{1}{\epsilon} \tilde{\omega} + C_p + \frac{C_L^2}{K A} \right]$$

De ahí se deduce que cuanto más elevada la potencia útil por caballo, más favorecida la velocidad ascensional, y cuanto más elevada la carga alar, menos favorecida. El máximo de w para una λ dada es el mínimo del segundo miembro, que es función de α para un $\tilde{\omega}$ dado y ρ dada; suponiendo C_p dado, la condición w máximo para un avión construído volando a cierta altura con motores dados, equivale a mínimo respecto de α de

$$\frac{C_p}{\sqrt{C_L^3}} + \frac{\sqrt{C_L}}{K A}$$

o sea

$$C_L = \frac{1}{\sqrt{3 K A C_p}}$$

llevando este valor de C_L se tendrá el valor de w mínimo, e igualado este valor a cero, el valor de ρ que da el techo ($\frac{\eta}{\lambda}$ es función de ρ)

$$\rho = 2 \left(\frac{\lambda}{\eta} \right)^2 (3 K A C_p)^{3/2} \tilde{\omega} \left(\frac{\tilde{\omega}}{\epsilon} + C_p + \frac{1}{3 K^2 A^2 C_p} \right)^2$$

Un valor elevado de $\tilde{\omega}$ perjudica la altura del techo. Para elevar el techo es preciso reducir mucho W , pues por ser $\lambda = \frac{W}{N \cdot 75}$ y $\tilde{\omega} = \frac{W}{S}$ interviene el peso según la cuarta potencia. Si se aumenta N , se aumenta también W , y por tanto, $\tilde{\omega}$. La circunstancia de una cota elevada del techo pareja a la del vuelo de alta cota, limita $\tilde{\omega}$.

De una parte, por tanto, $\tilde{\omega}$ conviene que sea elevado, para permitir vuelos rápidos a aviones de gran calidad aerodinámica; de otra, viene limitado por la potencia por caballo, el techo, la velocidad ascensional y la longitud de largada y vuelo bajo. El ingeniero proyectista deberá verificar tales circunstancias forzando uno u otro de los parámetros determinantes, según el resultado que se proponga alcanzar. En las

(1) Meses de mayo y junio.

aptitudes de velocidad ascensional y largada es cuando la $\bar{\omega}$ es más elevada, por la carga de bombas y de combustible.

El tránsito de $\bar{\omega}$ a otra se supone con Δ constante en lo anterior. Es decir, al derivar respecto a S se supuso siempre Δ fijo.

Otro elemento a tener en cuenta es la mayor o menor facilidad para el vuelo en curva y los radios mínimos. El radio mínimo aumenta con $\bar{\omega}$; pero la sensibilidad de maniobra no altera mayormente medida por el tiempo en que se efectúa una vuelta completa; aptitud de mucha importancia en aviones rápidos de caza.

Göthert calculó también un diagrama, análogo al de la figura 5, para relacionar $W_{m\acute{a}x}$ con $\bar{\omega}$. Véase la figura 15 del trabajo ya mencionado, página 237.

7. Correcciones a W por aumento en $\bar{\omega}$.—Al reducir S hay que sostener W y las fuerzas de sustentación, resistencia, aceleraciones, etc., traen consigo una estructura más pesada; jácenas, largueros y cuernas del ala deben reforzarse teniendo en cuenta los esfuerzos de flexión, cortadura y torsión. El peso $W' > W$ viene distribuido sobre una superficie menor $S' < S$, a medida que aumenta $\bar{\omega}$, y los mayores gruesos de la estructura compensan sobradamente, en peso, la disminución de la superficie. La carga, uniformemente repartida por metros cuadrados de superficie, es precisamente $\frac{W'}{S'}$, y

en alas en pescante, el aumento de la carga específica, supuesta uniformemente repartida, introduce aumentos fácilmente calculables en los momentos de flexión y torsión, así como en el esfuerzo cortante, y por tanto en la sección, si se mantiene la carga de trabajo del material y el coeficiente de carga que imponen las normas. Para que el cálculo sea fácilmente traducible en tablas o diagramas es preciso hacer hipótesis sobre la forma del larguero de envergadura, sobre la influencia del chapado en la torsión, etc., lo que se traduce en coeficientes cuyos valores se determinan por comparación con aviones construidos.

En el diagrama de la figura 10, el haz de curvas lisas corresponde a los diversos alargamientos, que varían entre 2 y 15. Las abscisas corresponden a $\bar{\omega}$; las ordenadas, al cociente $\frac{W'}{W_1}$; el valor W_1 del peso corresponde al avión de referencia con $\bar{\omega}' = 100 \text{ kg/m}^2$ y $A = 5$. En este avión se

hacen tres hipótesis, según sea el peso del ala W' , relativamente al total W_1 , a saber:

$$\frac{W'_a}{W_1} = 0,10, \quad \frac{W'_a}{W_1} = 0,14, \quad \frac{W'_a}{W_1} = 0,18.$$

En cada caso hay que leer en las escalas de ordenadas y abscisas correspondientes; esto es: para 0,10 en las más inmediatas al origen, para 0,14 en las medias y para 0,18 en las más apartadas.

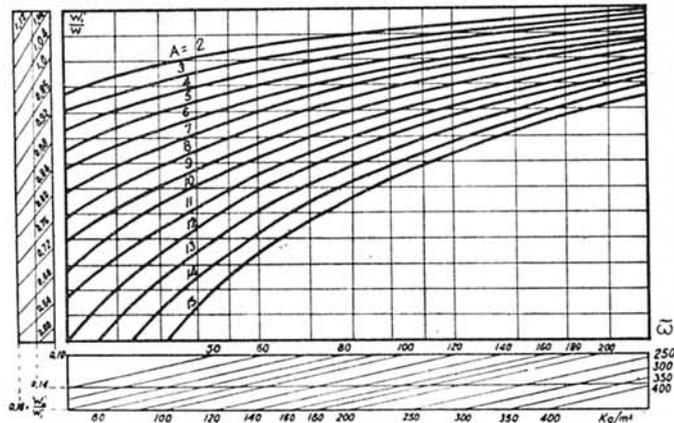


Figura 10

Ejemplo: Se parte del valor 0,14 para el avión de referencia. ¿Qué cociente de peso puede atribuírsele al avión $\Delta = 8, \bar{\omega} = 200$? El diagrama da $\frac{W'}{W_1} = 1,02$. Se pasa a $\Delta = 8$ con $\bar{\omega} = 300$; resulta 1,05. El aumento es, pues, de 3 por 100. Con este nuevo valor del peso hay que hacer el cálculo de la aptitud (v. gr., de la $V_{m\acute{a}x}$), corrigiendo el valor primitivo. Los nuevos valores se llaman corregidos de peso. En general la corrección no es muy grande en el cálculo de $W_{m\acute{a}x}$, ni siquiera en V ; pero es relativamente de mayor importancia en el cálculo de la velocidad ascensional w , del tiempo necesario para alcanzar determinada cota y en la evaluación de la del techo (1).

(Continuará.)

(1) Gráficos auxiliares para proyectos pueden hallarse en *Luftwissen*, 1937, págs. 282-284 y 375-378; 1938, págs. 46-48, debidos también a Göthert: "Rechenblätter für den Flugzeugentwurf".

