

**Determinación de un geode local  
en el entorno de la Bahía de Cádiz**

*Juan Sarrido Díaz  
Escuela de Guerra del Ejército*

*Jose Marón Davila y Jorge García Pasquín  
Real Instituto y Observatorio de la Armada*

**Transformación de datum ETRS89 - ED50 mediante  
proyección de Gauss del elipsoide sobre la esfera y  
aplicación bilineal de variable compleja**

*J. B. Mena  
Universidad de Alcalá*



REAL INSTITUTO Y OBSERVATORIO DE LA ARMADA EN SAN FERNANDO  
BOLETÍN ROA No.2/2009

## Determinación de un geoide local en el entorno de la Bahía de Cádiz

Juan Barrado Díaz  
*Escuela de Guerra del Ejército*

José Martín Dávila y Jorge Gárate Pasquín  
*Real Instituto y Observatorio de la Armada*

## Transformación de datum ETRS89 - ED50 mediante proyección de Gauss del elipsoide sobre la esfera y aplicación bilineal de variable compleja

J. B. Mena  
*Universidad de Alcalá*



MINISTERIO  
DE DEFENSA

# Determinación de un geoide local en el entorno de la Bahía de Cádiz

Juan Barrado Díaz  
Escuela de Guerra del Ejército

José Martín Dávila y Jorge Gárate Pasquín  
Real Instituto y Observatorio de la Armada

La realización de este trabajo ha sido parcialmente financiada por los proyectos CGL2006-10311-C03-02 (ACOGÉ\_RISTE) y CONSOLIDER2006-00041 (TOPOIBERIA) de la Dirección General de Investigación, Ministerio de Ciencia e Innovación.

## **INTRODUCCIÓN:**

En este trabajo se presentan los resultados obtenidos durante la realización de una parte de las prácticas de los alumnos de los Cursos XXIV y XXV de Geodesia de la Escuela de Guerra del Ejército, llevadas a cabo en colaboración con personal de la Sección de Geofísica del Real Instituto y Observatorio de la Armada, y cuyo objetivo principal fue la determinación de la ondulación del geoide en diversos puntos de la Bahía de Cádiz. Se ha estructurado en las siguientes partes:

1. Fundamentos teóricos.
2. Prácticas realizadas por los Alumnos del XXIV Curso de Geodesia
  - a. Características de los puntos utilizados
  - b. Mediciones realizadas
    - i. Instrumentación utilizada
    - ii. Metodología
  - c. Resultados obtenidos
  - d. Comparación con el modelo del geoide IBERGEO95 (*Sevilla, 1999*)
3. Prácticas realizadas por los Alumnos del XXV Curso de Geodesia
  - a. Características de los puntos utilizados
  - b. Mediciones realizadas
    - i. Instrumentación utilizada
    - ii. Metodología
  - c. Resultados obtenidos
  - d. Comparación con el modelo del geoide IBERGEO95 (*Sevilla, 1999*)
4. Conclusiones

## 1.- FUNDAMENTOS TEÓRICOS:

Se define altitud o cota ortométrica  $H$  de un punto  $P$  de la superficie terrestre, como la distancia  $PP'$ , desde ese punto al geoide, medida a lo largo de la normal a dicha superficie (Figura 1). Si de un punto  $P$  de la superficie terrestre se conocen la cota ortométrica, y la cota elipsoidal  $PP''$ ,  $h$ , se puede determinar la ondulación del geoide,  $N$ , en ese punto sin más que restarle a la cota elipsoidal la cota ortométrica.

$$N = h - H$$

En este trabajo se ha tomado el WGS-84 como elipsoide de referencia, y las alturas ortométricas se han referido al nivel medio del mar en Alicante, ya que este es el origen de la red altimétrica española.

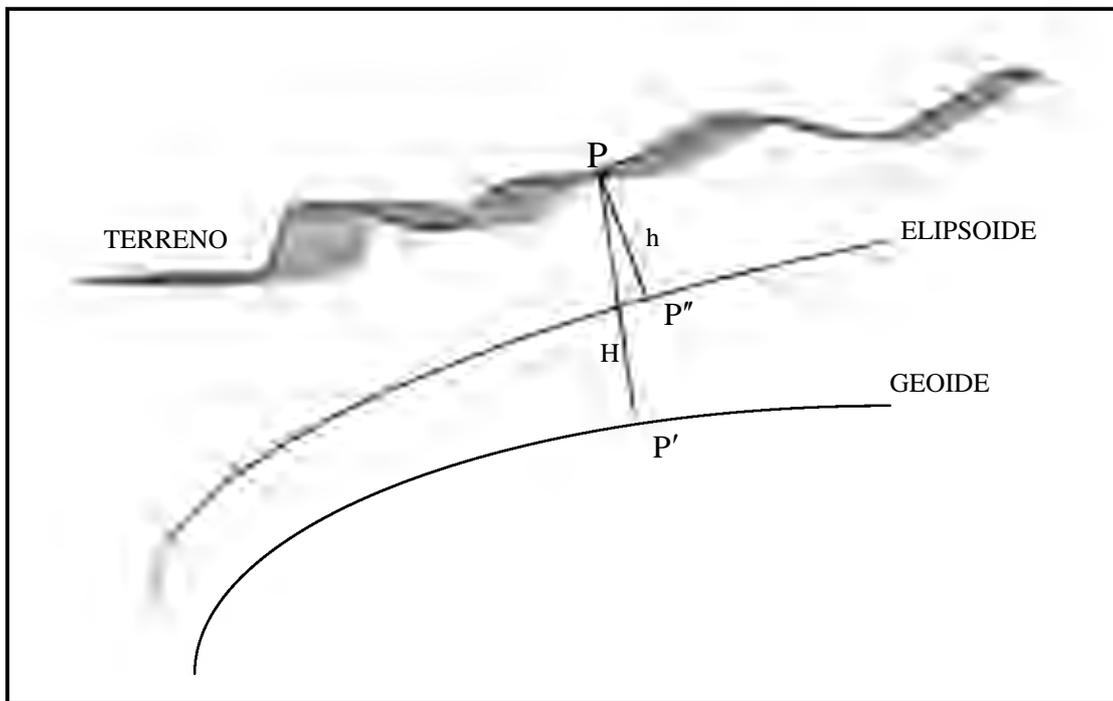


Figura 1

## ALTURA ELIPSOIDAL:

La altura o cota elipsoidal de un punto se puede calcular, si se conocen sus tres coordenadas cartesianas en un sistema de referencia tridimensional, mediante la aplicación de las ecuaciones, que pueden encontrarse, por ejemplo en *Heiskanen, Moritz (1985)*

$$\begin{aligned}
 X &= (N + h) \cos \varphi \cos \lambda, \\
 Y &= (N + h) \cos \varphi \sin \lambda, \\
 Z &= [N(1 - e^2) + h] \sin \varphi.
 \end{aligned}$$

En estas expresiones:

- $X, Y, Z$  = coordenadas cartesianas tridimensionales.
- $\varphi, \lambda$  = latitud y longitud geodésicas.
- $h$  = altura elipsoidal.
- $N = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)}}$
- $a$  = semieje mayor del elipsoide de referencia (WGS-84).
- $e$  = excentricidad de elipsoide de referencia (WGS-84).

### Cálculo de la longitud geodésica:

La relación entre las dos primeras de las ecuaciones anteriores, nos proporciona la longitud geodésica:

$$\lambda = \arctan \frac{Y}{X}.$$

### Cálculo de la latitud geodésica:

La obtención de la latitud geodésica no es inmediata, sino que debe hacerse por reiteraciones. Un método para obtenerla lo encontramos también en *Heiskanen, Moritz (1985)*. A partir de las ecuaciones anteriores, para los valores de  $X$  e  $Y$ :

$$X^2 + Y^2 = (N + h)^2 \cos^2 \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{(N + h)}.$$

Y de la correspondiente para la coordenada  $Z$ ,

$$Z + e^2 N \sin \varphi = (N + h) \sin \varphi = Z' \Rightarrow \sin \varphi = \frac{Z'}{(N + h)}.$$

De la relación entre estas dos últimas:

$$\tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{Z'}{\sqrt{X^2 + Y^2}}.$$

Como el valor de  $Z'$  es desconocido, tomamos, en primera aproximación  $Z' = Z$ . Se calcula un primer valor, que será aproximado, de la latitud geodésica del punto ( $\varphi_1$ ), y un valor, también aproximado de la ondulación del geoide ( $N_1$ ). Con esto tendremos:

$$Z'_1 = Z + e^2 N_1 \text{sen} \varphi_1.$$

Con el valor obtenido se calcula, en segunda aproximación, un nuevo valor de la latitud geodésica, un nuevo valor de la ondulación del geoide, y un nuevo valor de  $Z'$ . El proceso continuaría hasta que converjan los valores de  $Z'$ , lo que suele suceder muy rápidamente, por lo que normalmente basta con hacer tres reiteraciones.

### **Cálculo de la altura elipsoidal:**

Con el valor de la latitud geodésica obtenido en el apartado anterior, se calcula el valor definitivo de la ondulación del geoide  $N$ , que nos sirve para obtener la altura elipsoidal, a partir de una de las ecuaciones anteriores, por ejemplo:

$$h = \frac{Y}{\cos \varphi \text{sen} \lambda} - N$$

Por otro lado, las coordenadas cartesianas tridimensionales de un punto de la superficie terrestre se pueden obtener con la metodología GPS. Realizando una observación GPS en aquellos puntos en los que se quiere determinar la ondulación del geoide, obtenemos la cota elipsoidal de dichos puntos. La precisión de esas alturas dependerá de los métodos de observación y cálculo utilizados.

### **ALTURA ORTOMÉTRICA:**

La cota o altura ortométrica de un punto, se puede, según *Heiskanen, Moritz, (1985)*, calcular de dos formas, bien a partir de la medida del desnivel de ese punto con respecto a un punto de cota ortométrica conocida tras aplicarle la corrección ortométrica, o bien a partir del cálculo de cota geopotencial del punto tras aplicarle la reducción de Poincaré y Prey.

#### **1. Medida de la diferencia de nivel entre el punto cuya cota ortométrica queremos determinar y otro punto de cota ortométrica conocida y aplicándole la corrección ortométrica.**

##### **1.1. Cálculo de la corrección ortométrica:**

Para calcular la corrección que se debe introducir a la diferencia de nivel medida entre dos puntos A y B de la superficie terrestre, con la finalidad de obtener la diferencia de cota ortométrica entre dichos puntos, se puede partir de (Figura 2):

$$\begin{aligned} \Delta H_A^B &= H_B - H_A + H_A^{din} - H_A^{din} + H_B^{din} - H_B^{din} \Rightarrow \\ \Delta H_A^B &= (\Delta H_A^B)^{din} + (H_B - H_B^{din}) - (H_A - H_A^{din}) \end{aligned}$$

Siendo  $H_P$  la cota ortométrica de un punto P y  $H_P^{din}$  su cota dinámica. La cota o altitud dinámica se define como:

$$H^{din} = \frac{C}{\gamma_0}$$

Donde  $\gamma_0$  es la gravedad normal para una latitud estándar. Aunque esta latitud puede ser arbitraria, normalmente se toma  $45^\circ$ .

Supongamos que hacemos una nivelación ficticia entre los puntos  $A_0$  y  $A$ , siguiendo la línea  $AA_0$ . En este caso tendríamos:

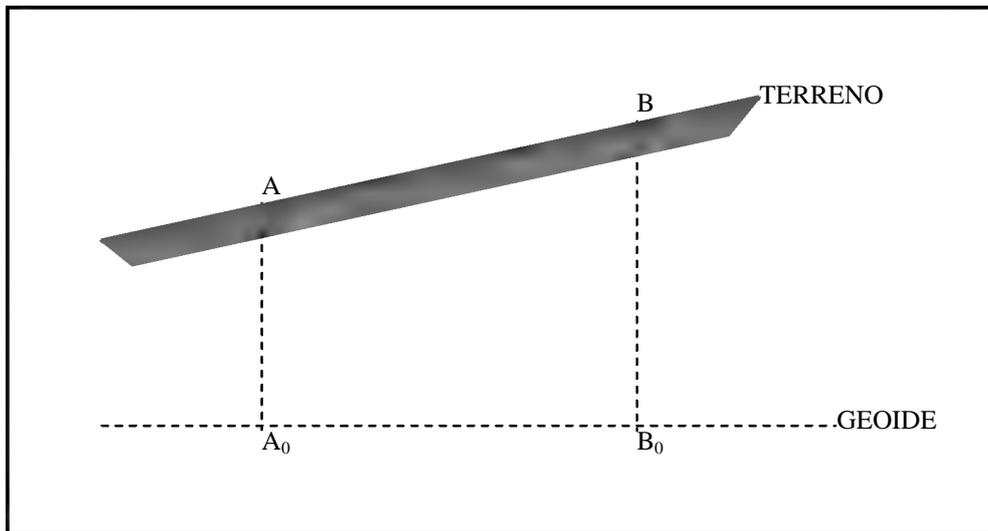
$$\Delta n_{A_0}^A = H_A,$$

donde  $\Delta n_{A_0}^A$  es la diferencia de nivel obtenida por nivelación.

Por otra parte:

$$H_A^{din} = H_A + (CD)_{A_0A} \Rightarrow H_A - H_A^{din} = -(CD)_{A_0A},$$

$$H_B^{din} = H_B + (CD)_{B_0B} \Rightarrow H_B - H_B^{din} = -(CD)_{B_0B}.$$



**Figura 2**

Además tenemos que:

$$(\Delta H_A^B)^{din} = \Delta n_A^B + CD_{AB},$$

donde:

$CD$  es la corrección dinámica, y

$\Delta n_A^B$  es la diferencia de nivel obtenida en campo por nivelación.

Sustituyendo obtenemos:

$$\Delta H_A^B = \Delta n_A^B + CD_{AB} + CD_{A_0A} - CD_{B_0B}.$$

Los términos que nos permiten obtener la diferencia de cota ortométrica entre dos puntos, a partir de su diferencia de nivel obtenida en campo por nivelación, forman la denominada corrección ortométrica  $CO$ :

$$CO_{AB} = CD_{AB} + CD_{A_0A} - CD_{B_0B} \quad (1)$$

## 1.2. Cálculo de la corrección dinámica:

Para pasar de altitudes obtenidas por nivelación, ya sea geométrica o trigonométrica, a altitudes dinámicas, se debe aplicar a aquéllas una corrección, que denominaremos corrección dinámica  $CD$  y que calcularemos seguidamente:

Sean:

- $H_B^{din}$ , la altitud dinámica del punto B,
- $H_A^{din}$ , la altitud dinámica del punto A,
- $\Delta n_A^B$ , la diferencia de nivel entre A y B obtenida mediante nivelación,
- $C_A$ , la cota geopotencial del punto A,
- $C_B$ , la cota geopotencial del punto B y
- $\gamma_0$ , la gravedad normal o elipsódica.

Sabemos que (*Berrocoso et al. 1996*):

$$\begin{aligned} H_B^{din} - H_A^{din} &= \frac{C_B - C_A}{\gamma_0} = \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B g dn = \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B ((g - \gamma_0) + \gamma_0) dn = \\ &= \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B (g - \gamma_0) dn + \int_A^B dn = \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B (g - \gamma_0) dn + \Delta n_A^B. \end{aligned}$$

Por analogía al caso de la corrección ortométrica, se llama corrección dinámica  $CD_{AB}$  al valor que se debe sumar a la diferencia de nivel obtenida mediante nivelación entre dos puntos, para obtener la diferencia entre las respectivas altitudes dinámicas:

$$CD_{AB} = \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B (g - \gamma_0) dn.$$

Si introducimos los valores que acabamos de obtener para la corrección dinámica en la ecuación (1), con la que obteníamos la corrección ortométrica, tendremos

$$CO_{AB} = \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B (g - \gamma_0) dn + \frac{1}{\gamma_0} \int_{A_0}^A (g - \gamma_0) dn - \frac{1}{\gamma_0} \int_{B_0}^B (g - \gamma_0) dn.$$

Como en la práctica no se utilizan medidas de forma continua, sino discreta, para poder calcular la Corrección Ortométrica  $CO_{AB}$ , en lugar de resolver estas integrales, se procede como sigue:

- $\int_A^B (g - \gamma_0) dn$ : la integral se sustituye por un sumatorio:

cada sumando, que se corresponde con uno de los tramos de nivelación, es el producto de la diferencia de nivel entre los extremos del tramo, por la diferencia entre la gravedad medida en cada uno de esos extremos, por ejemplo  $g_A$ , y  $\gamma_0$ . El valor de la corrección ortométrica debida a este término será la suma algebraica de la obtenida para cada uno de los tramos.

- $\frac{1}{\gamma_0} \int_{A_0}^A (g - \gamma_0) dn$ : se sustituye por  $\frac{\bar{g}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A$ ; con  $\bar{g}_A = g_A + 0,0424H_A$ ; y
- $\frac{1}{\gamma_0} \int_{B_0}^B (g - \gamma_0) dn$ : se sustituye por  $\frac{\bar{g}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B$ ; con  $\bar{g}_B = g_B + 0,0424H_B$ .

Por lo tanto, en el caso más sencillo, en el que los puntos A y B están lo suficientemente próximos como para unirlos directamente mediante un solo tramo de nivelación, la corrección ortométrica, viene dada por la siguiente expresión:

$$CO = \left( \frac{g_A - \gamma_0}{\gamma_0} + \frac{g_B - \gamma_0}{\gamma_0} \right) \Delta n + \left( \frac{g_A + 0,0424H_A - \gamma_0}{\gamma_0} \right) H_A - \left( \frac{g_B + 0,0424H_B - \gamma_0}{\gamma_0} \right) H_B.$$

En esta expresión:

$g_A$  es el valor medido de la gravedad en el punto A, en miligales.

$g_B$  es el valor medido de la gravedad en el punto B, en miligales.

$H_A$  es la cota ortométrica del punto A,

$H_B$  es la cota ortométrica del punto B, y

$\Delta n$  es la diferencia de nivel entre los puntos A y B.

En definitiva, para obtener el valor de la cota ortométrica de un punto B, conociendo la cota ortométrica de un punto A, la diferencia de nivel entre ambos puntos y el valor de la gravedad en dichos puntos, se utiliza la ecuación:

$$H_B - H_A = \Delta n + \left( \frac{g_A - \gamma_0}{\gamma_0} + \frac{g_B - \gamma_0}{\gamma_0} \right) \Delta n + \left( \frac{g_A + 0,0424H_A - \gamma_0}{\gamma_0} \right) H_A - \left( \frac{g_B + 0,0424H_B - \gamma_0}{\gamma_0} \right) H_B \Rightarrow$$

$$\left( \frac{0,0424}{\gamma_0} \right) H_B^2 + \left( \frac{g_B}{\gamma_0} \right) H_B - \left[ \Delta n + \left( \frac{g_A + g_B - 2\gamma_0}{\gamma_0} \right) \Delta n + \left( \frac{g_A + 0,0424H_A - \gamma_0}{\gamma_0} \right) H_A + H_A \right] = 0 \quad \mathbf{(2)}$$

El valor que suele tomarse para  $\gamma_0$  es 980629,3879 miligales, por lo que las unidades para los valores medidos de la gravedad debe ser también miligales. Al resolver la ecuación de segundo grado **(2)**, se obtiene el valor de la cota ortométrica del punto B. Aunque dicha ecuación tiene dos soluciones, solamente una de ellas es válida.

## 2. Cálculo de la cota geopotencial del punto y aplicación de la reducción de Poincaré y Prey.

### 2.1. Cálculo de la cota geopotencial:

Se llama número o cota geopotencial de un punto P, y se designa  $C_p$ , a la diferencia entre el valor del potencial de la superficie equipotencial que pasa por el punto P,  $W_p$ , y el valor del potencial del geode  $W_0$ :

$$C_p = W_0 - W_p,$$

Como el origen de potenciales es arbitrario, si tomamos como tal un punto O del geode al que asignamos una cota geopotencial igual a cero, se puede calcular la correspondiente a un punto P de la superficie terrestre, resolviendo la integral:

$$C_p = \int_0^p g dn,$$

$dn$  es la diferencia de nivel entre los puntos O y P, que puede medirse en el campo. La unidad de cota geopotencial es el *geopotencial*, que equivale a mil Gales por metro.

Tampoco en este caso se puede calcular esa integral en la práctica. En su lugar hay que proceder de una de las dos formas siguientes:

- a) Se sustituye la integral por un sumatorio de un determinado número de términos o tramos. Para cada tramo se mide la diferencia de nivel entre los extremos, y la gravedad en uno, o en ambos extremos. Se obtiene la cota geopotencial del punto P como la suma de todos los productos de las diferencias de nivel, de cada tramo, por el valor de la gravedad del mismo.
- b) Se mide la diferencia de nivel entre los puntos O y P y se multiplica por el valor de la gravedad media entre ambos puntos. Este método es una simplificación del anterior y sólo se podrá emplear cuando el punto P esté muy próximo al punto O.

Puesto que, por definición, la cota geopotencial es una diferencia de potenciales, su determinación es independiente del camino elegido para su cálculo. Además, todos los puntos de la superficie terrestre que tengan la misma cota geopotencial están situados en una misma superficie equipotencial.

Por otra parte, si utilizamos 980 Gales como valor medio para la gravedad terrestre, la cota geopotencial de un punto de la Tierra que está a una altura de H metros sobre el geode es, en primera aproximación,  $0,98 \times H$  *geopotenciales*. Esto quiere decir que, aunque no tenga dimensiones de longitud, el valor numérico de la cota geopotencial de un punto de la Tierra es muy parecido al valor de la altura de ese punto sobre el geode.

### 2.2. Reducción de Poincaré y Prey:

Se ha definido anteriormente la altitud o cota ortométrica de un punto P como la distancia desde ese punto al geode, medida a lo largo de la normal a la superficie

terrestre (Figura 3). Por lo tanto, la cota ortométrica de un punto  $P_0$  situado sobre el geode, es cero, y, por definición de cota geopotencial, se podrá escribir:

$$C_P = \int_{P_0}^P g dn = \int_0^{H_P} g dH$$

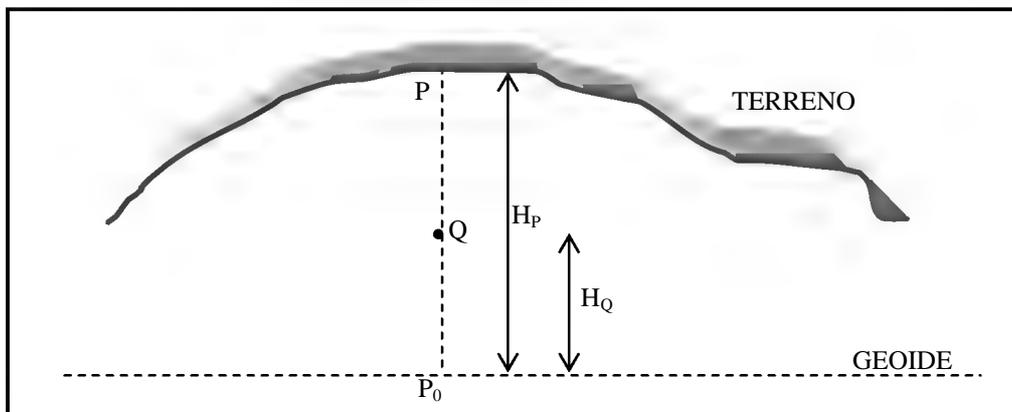
Como la cota ortométrica se mide a través de la línea  $PP_0$ , esta integral equivale a:

$$C_P = H_P \frac{1}{H_P} \int_0^{H_P} g dH = H_P \bar{g},$$

$\bar{g}$  es la gravedad media a través de la línea  $PP_0$ . Así pues, la cota ortométrica del punto P vendrá dada por:

$$H_P = \frac{C_P}{\bar{g}}.$$

De lo que se deduce que, para calcular  $H_P$ , cota ortométrica del punto P, se necesita conocer el valor de la gravedad en todos los puntos de la línea  $PP_0$ , a fin de calcular el valor medio de la gravedad en dicha línea.



**Figura 3**

En la práctica, para obtener el valor de la gravedad media  $\bar{g}$  a lo largo de la línea  $PP_0$  basta determinar su valor como media aritmética de los valores en sus extremos:

$$\bar{g} = \frac{g_P + g_{P_0}}{2}.$$

El valor de la gravedad en P,  $g_P$ , se puede medir. Pero  $P_0$  está situado en el interior de la Tierra, por lo que no puede ser medido, sino que hay que calcularlo. Para ello se puede aplicar la denominada reducción de Poincaré y Prey, o simplemente Prey, a partir de

medidas efectuadas en un punto P de la superficie que esté situado en la vertical de Q, es decir que la línea PQ es normal al geode. El método consiste en:

1. Restar a la gravedad medida en P, el valor de la gravedad producida por la acción de las masas que hay por encima de la superficie equipotencial que pasa por Q. Para ello se puede aplicar, por ejemplo, el método de las plantillas, como se explica en *Heiskanen, Moritz (1985)*.
2. Aplicar la reducción Aire-Libre a la gravedad medida en P. Con esto se obtendría el valor de la gravedad en Q, si estuviera en la superficie, y, por tanto, no hubiera masas sobre él.
3. Sumar algebraicamente la atracción de la gravedad debida a las masas que antes se habían *retirado*, al valor obtenido en el paso anterior.

Así pues, para determinar el valor de la gravedad en  $P_0$ ,  $g_{P_0}$ , se parte de la gravedad medida en el punto P,  $g_P$ , se quita la lámina de Bouguer infinita entre P y  $P_0$ , se aplica la reducción Aire-Libre de P a  $P_0$ , y se repone la lámina de Bouguer entre P y  $P_0$ . Recordando que la altura ortométrica en  $P_0$  es cero:

$$g_{P_0} = g_P - 0,1119H_P + 0,3086H_P - 0,1119H_P = g_P + 0,0848H_P.$$

Por lo que la gravedad media a lo largo de la línea  $PP_0$  es

$$\bar{g} = \frac{g_{P_0} + g_P}{2} = g_P + 0,0424H_P,$$

y la cota ortométrica de P

$$H_P = \frac{C_P}{g_P + 0,0424H_P}$$

Esta última expresión es una ecuación de segundo grado, cuya resolución proporciona el valor de la cota ortométrica del punto P, al igual que sucedía en el primero de los métodos expuestos.

### Conclusiones:

De la definición de cota ortométrica se deduce fácilmente que:

- El valor de la cota ortométrica de un punto no depende del camino elegido para su cálculo.
- Los puntos que tienen igual cota ortométrica, no tiene porque pertenecer a una misma superficie equipotencial.

## **2.- PRÁCTICAS REALIZADAS POR LOS ALUMNOS DEL XXIV CURSO DE GEODESIA**

Estas prácticas se realizaron durante los meses de Junio, Julio y Agosto de 2000, participando el siguiente personal:

### **Dirección**

Comandante D. Juan Barrado Díaz, profesor del Departamento de Geodesia de la Escuela de Guerra del Ejército.

Capitán de Corbeta D. José Martín Dávila, Jefe de la Sección de Geofísica del Real Instituto y Observatorio de la Armada, y Capitán de Corbeta D. Jorge Gárate Pasquín, Jefe del Servicio de Satélites del citado Observatorio.

### **Alumnos del XXIV Curso de Geodesia**

Comandante D. Ángel Sáenz Mora, Comandante D. Javier Crespo Pérez, Capitán D. Wenceslao Lorenzo Romero, Capitán D. Jesús María Prieto Mateos, Capitán D. Luis Pérez Hernández, Teniente de Navío D. Alejandro Herreros Pita.

Para su ejecución se eligieron una serie de puntos situados en el entorno de la Bahía de Cádiz, cuya localización aproximada puede encontrarse en el gráfico anexo. Los puntos utilizados pueden clasificarse en cuatro grupos:

**Grupo 1.** Los que tiene cota ortométrica conocida, por pertenecer a la red de nivelación de alta precisión. Estos puntos se relacionan en el cuadro I.

**Grupo 2.** Los que habían sido utilizados en el Boletín ROA 9/98, (*Salvador 1998*). Esos puntos, a los que se le supone cota ortométrica conocida, se relacionan en el cuadro la.

**Grupo 3.** Puntos sobre los que se han efectuado las medidas. Por tanto se desconoce su cota. Se relacionan en el cuadro II.

**Grupo 4.** Puntos de los que se conoce su diferencia de nivel respecto de algún punto de cota ortométrica conocida, pero, por no haberse realizado en ellos mediciones de gravedad, se desconoce su cota ortométrica. Dichos puntos se reflejan en el cuadro III

Además, se ha calculado la cota elipsoidal sobre el elipsoide WGS-84 de los puntos que se relacionan en el cuadro IV. En el futuro habrá que calcular su cota ortométrica para poder obtener el valor de la ondulación del geoide en cada uno de ellos.

## CUADRO I

### RELACIÓN DE PUNTOS DE LOS QUE SE CONOCE SU COTA ORTOMÉTRICA

<b>PUNTO Nº</b>	<b>UBICACIÓN</b>	<b>DESCRIPCIÓN</b>	<b>DENOMINACIÓN</b>	<b>COTA ORTOMÉT RICA</b>
<b>1019</b>	PUERTO DE SANTA MARÍA	CLAVO DE NIVELACIÓN	PUSANMARÍA	4,49300 m
<b>1020</b>	PUERTO DE CÁDIZ	CLAVO DE NIVELACIÓN	CÁDIZ	3,537 m
<b>1022</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS 684	3,427953 m
<b>1023</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK 671,4	3,530936 m
<b>1037</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGK8	8,12248 m
<b>1038</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGK10	8,99152 m
<b>1039</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGK11	5,56293 m
<b>1040</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGK15	3,20972 m
<b>1041</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGK16	3,915 m
<b>1042</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGK19	19,97852 m
<b>1043</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGK20	20,09483 m
<b>1044</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGK21	16,47398 m
<b>1045</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGK22	10,17152 m
<b>1046</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGK23	10,34703 m
<b>1047</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGK24	3,58544 m
<b>1048</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGK29	5,42100 m
<b>1049</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NAPG802	6,32631 m
<b>1050</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGR 38	4,97294 m

Se acompaña una reseña de cada uno de estos puntos. Las cotas son las compensadas proporcionadas por el Instituto Geográfico Nacional (IGN), que pueden no coincidir con las que aparecen en ellas.

**CUADRO Ia**

**RELACIÓN DE PUNTOS DE LOS QUE SE CONOCE SU COTA ORTOMÉTRICA**

<b>PUNTO Nº</b>	<b>UBICACIÓN</b>	<b>DESCRIPCIÓN</b>	<b>DENOMINACIÓN</b>	<b>COTA ORTOMÉTRICA</b>
1007	MUELLE DE GALLINERAS	CLAVO DE NIVELACIÓN	GALLIPUERTO	4,400 m
1008	MUELLE DE SANCTI-PETRI	CLAVO DE NIVELACIÓN	SANTPETRIC	4,05 m
1011	MUELLE DE PANTALÁN	CLAVO DE NIVELACIÓN	PANTOEST	5,890 m
1018	REAL OBSERVATORIO DE LA ARMADA	CLAVO DE NIVELACIÓN	CLAVROA	43,154 m

La situación de cada uno de estos puntos se refleja en el *Salvador, (1999)*.

**CUADRO II**

**RELACIÓN DE PUNTOS DE LOS QUE NO SE CONOCE SU COTA ORTOMÉTRICA**

<b>PUNTO Nº</b>	<b>UBICACIÓN</b>	<b>DESCRIPCIÓN</b>	<b>DENOMINACIÓN</b>
1001	POLÍGONO DE EXPERENCIAS DE TORREGORDA	CLAVO DE NIVELACIÓN SITUADO AL PIE DEL HITO GEODÉSICO	CLAVTORRE
1002	POLÍGONO DE EXPERENCIAS DE TORREGORDA	HITO GEODÉSICO	TORREGORDA
1003	POLÍGONO DE EXPERENCIAS DE TORREGORDA	CLAVO DE NIVELACIÓN	CLAV1
1004	CARRETERA N-IV	CLAVO DE NIVELACIÓN	CLAV2
1006	MUELLE DE GALLINERAS	CLAVO DE NIVELACIÓN	GALLIMUELLE
1009	MUELLE DE SANCTI-PETRI	CLAVO DE NIVELACIÓN	SANTPETRIG
1010	MUELLE DE SANCTI-PETRI	CLAVO DE NIVELACIÓN	SANTPETRIM
1012	MUELLE DE PANTALÁN	CLAVO DE NIVELACIÓN	PANTEST

La situación de los puntos 1006, 1009, 1010 y 1012 se refleja en el trabajo *Salvador, (1999)*

### CUADRO III

#### RELACIÓN DE PUNTOS DE LOS QUE SE CONOCE SU DIFERENCIA DE NIVEL PERO NO SU COTA ORTOMÉTRICA

PUNTO Nº	UBICACIÓN	DESCRIPCIÓN	DENOMINACIÓN
1005	CARRETERA N-IV	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK682
1013	CARRETERA N-IV	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSKD
1014	CARRETERA N-IV	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK680
1015	CARRETERA N-IV	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK686

Se acompaña una reseña de cada uno de estos puntos.

### CUADRO IV

#### PUNTOS DE LOS QUE SE HAN CALCULADO, ÚNICAMENTE, SUS COORDENADAS EN EL SISTEMA DE REFERENCIA WGS-84

PUNTO Nº	UBICACIÓN	DESCRIPCIÓN	DENOMINACIÓN
1021	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS681
1024	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK670.6
1025	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK669.8
1027	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS695
1028	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSKPRB
1031	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK665.4
1032	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS687
1033	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS688
1034	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS689
1035	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS694
1036	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS697
1051	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS690

Se acompaña la reseña de cada uno de estos puntos

#### EJECUCIÓN DE LA PRÁCTICA:

En esta práctica se realizaron las siguientes actividades:

1. Cálculo de las coordenadas geodésicas en el sistema de referencia WGS-84, de los puntos de los cuadros I, Ia, II, III y IV a excepción de las del vértice Torregorda ya que éstas se han calculado por el procedimiento estático relativo con efemérides de precisión, utilizando el observable libre de ionosfera haciendo una observación de 24 horas tomando datos cada 30 segundos y tomando como punto fijo el situado en el Real Instituto y Observatorio de la Armada.

2. Cálculo de la cota ortométrica de los puntos de los cuadros II y III

**CÁLCULO DE LAS COORDENADAS GEODÉSICAS EN EL SISTEMA DE REFERENCIA WGS-84 DE LOS PUNTOS DE LOS CUADROS I, Ia, II Y III:**

Para calcular estas coordenadas se ha seguido el procedimiento de situar un receptor GPS TRIMBLE modelo 4000SSE en el vértice Torregorda (cuyas coordenadas se han tomado como fijas) y otro del mismo modelo en cada uno de los puntos a calcular. Se han tomado datos de los satélites de la constelación NAVSTAR durante 20 minutos almacenándolos cada 5 segundos y con una máscara de elevación de 15°.

El cálculo de las coordenadas se ha realizado con efemérides transmitidas utilizando el programa GPSURVEY, también de TRIMBLE. Las coordenadas obtenidas se reflejan en el cuadro V.

**CUADRO V**

**RELACIÓN DE COORDENADAS GEODÉSICAS OBTENIDAS EN EL SISTEMA DE REFERENCIA WGS-84**

PUNTO		LATITUD	LONGITUD	ALTURA ELIPSOIDAL (metros)	SOLUCIÓN
Nº	NOMBRE				
1001	CLAVTORRE	36° 27' 32",066N	6° 15' 06",859W	54,060	Baseline
1002	TORREGORD A	36° 27' 32",108N	6° 15' 06",830W	55,317	Fixed
1003	CLAV1	36° 27' 38",345N	6° 15' 04",843W	48,832	Baseline
1004	CLAV2	36° 27' 36",467N	6° 14' 50",872W	48,658	Baseline
1005	SSK682	36° 27' 33",407N	6° 14' 27",189W	48,756	Baseline
1006	GALLIMUELLE	36° 26' 19",969N	6° 12' 18",625W	47,051	Baseline
1007	GALLIPUERTO	36° 26' 23",952N	6° 12' 24",254W	47,068	Baseline
1008	SANTPETRIC	36° 23' 48",373N	6° 12' 24",225W	46,609	Baseline
1009	SANTPETRIG	36° 23' 42",815N	6° 12' 32",681W	46,833	Baseline
1010	SANTPETRIM	36° 23' 48",259N	6° 12' 24",772W	46,463	Baseline
1011	PANTOEST	36° 31' 12",000N	6° 15' 19",945W	49,143	Baseline
1012	PANEST	36° 31' 11",9946N	6° 15' 20",4385W	49,169	Baseline
1013	SSKD	36° 30' 07",541N	6° 16' 27",436W	50,941	Baseline
1014	SSK680	36° 27' 23",707N	6° 13' 11",817W	47,080	Baseline
1015	SSK686	36° 28' 55",031N	6° 15' 47",353W	50,383	Baseline
1018	CLAVROA	36° 27' 55",255N	6° 12' 20",829W	71,475	Point Positioning
1019	PUSANMARIA	36° 35' 05",971N	6° 13' 57",843W	48,766	Baseline
1020	CADIZ	36° 32' 21",259N	6° 17' 07",384W	48,166	Baseline
1021	NGS681	36° 27' 56",002N	6° 09' 50",812W	49,592	Baseline
1022	NGS684	36° 28' 01",935N	6° 09' 52",617W	47,716	Baseline
1023	SSK671.4	36° 28' 04",696N	6° 09' 19",746W	47,879	Baseline

1024	SSK670.6	36° 28' 37",832N	6° 08' 40",597W	47,590	Baseline
1025	SSK669.8	NO	CALCULADO		
1026	NGS692	36° 31' 51",033N	6° 11' 07",447W	50,562	Baseline

### CUADRO V (CONTINUACIÓN)

PUNTO		LATITUD	LONGITUD	ALTURA ELIPSOIDAL (metros)	SOLUCIÓN
Nº	NOMBRE				
1027	NGS695	36° 32' 01",855N	6° 11' 49",059W	55,916	Baseline
1028	SSKPRB	36° 32' 00",007N	6° 11' 34",394W	52,218	Baseline
1031	SSK665.4	36° 30' 51",773N	6° 09' 10",500W	49,950	Baseline
1032	NGS687	36° 29' 49",384N	6° 08' 33",327W	50,959	Baseline
1033	NGS688	36° 31' 18",380N	6° 09' 48",588W	59,033	Baseline
1034	NGS689	36° 31' 17",988N	6° 09' 49",621W	58,961	Baseline
1035	NGS694	36° 31' 52",118N	6° 11' 11",744W	50,653	Baseline
1036	NGS697	36° 32' 04",873N	6° 11' 50",088W	55,781	Baseline
1037	NGK8	NO	CALCULADO		
1038	NGK10	36° 29' 42",774N	6° 16' 09",085W	53,634	Baseline
1039	NGK11	36° 29' 40",280N	6° 16' 12",223W	50,237	Baseline
1040	NGK15	36° 27' 27",721N	6° 13' 50",613W	46,395	Point Positioning
1041	NGK16	36° 27' 29",126N	6° 13' 48",170W	48,300	Baseline
1042	NGK19	36° 27' 29",699N	6° 12' 13",769W	64,384	Baseline
1043	NGK20	36° 27' 28",423N	6° 12' 12",656W	60,000	Point Positioning
1044	NGK21	36° 27' 53",865N	6° 11' 54",097W	60,979	Baseline
1045	NGK22	36° 28' 32",416N	6° 11' 38",584W	54,872	Baseline
1046	NGK23	36° 28' 32",080N	6° 11' 40",617W	54,932	Baseline
1047	NGK24	36° 28' 06",469N	6° 11' 24",288W	46,543	Baseline
1048	NGK29	36° 28' 00",257N	6° 09' 54",286W	49,834	Baseline
1049	NAPG802	36° 28' 02",250N	6° 11' 35",521W	50,704	Baseline
1050	NGR38	36° 27' 37",322N	6° 14' 52",402W	49,401	Baseline
1051	NGS 690	NO	CALCULADO		

### CÁLCULO DE LA COTA ORTOMÉTRICA DE LOS PUNTOS DEL CUADRO II:

Para calcular la cota ortométrica de los puntos del cuadro I y del cuadro II, se realizaron los siguientes pasos:

- Se midió la diferencia de nivel entre esos puntos y un punto de cota ortométrica conocida realizando los itinerarios que se reflejan en el Anexo I.
- Se midió el valor de la gravedad en todos los puntos de los itinerarios.

## **MEDICIÓN DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL:**

Para hacer la medición de las diferencias de nivel necesarias, se ha utilizado un equipo de nivelación de alta precisión proporcionado por el IGN. Las características de la metodología que se ha seguido, son las siguientes:

- Se ha utilizado el método de nivelación geométrica con estacionamiento central.
- La distancia del nivel a las miras se ha medido con cinta métrica.
- Cada nivelada ha tenido una longitud inferior a treinta metros.
- Cada desnivel se ha medido dos veces haciendo un itinerario de ida y otro de vuelta.
- Las observaciones han sido realizadas a primera hora de la mañana.
- Los cuatro itinerarios que se han realizado así como el valor de los datos obtenidos en campo y el valor de los desniveles calculados con esos datos, se reflejan en el Anexo I.

## **MEDICIÓN DEL VALOR DE LA GRAVEDAD:**

Para la medición del valor de la gravedad en los puntos del cuadro I, del cuadro la y del cuadro II se ha utilizado un gravímetro WORDEN, proporcionado por el Instituto Hidrográfico de la Marina, que es un gravímetro que aprecia la centésima de miligal, si bien el valor del error medio cuadrático obtenido de una observación aislada ha resultado ser de  $\pm 0,1$  miligal.

Las características del método que se ha utilizado para la medición de la gravedad, son las siguientes:

- Se han realizado los catorce itinerarios que se reflejan en el Anexo II.
- Cada itinerario empieza y termina con la medición en un punto, situado en un túnel del Real Observatorio de la Armada que es un punto de gravedad conocida, por pertenecer a la red gravimétrica Nacional.
- En cada punto se han efectuado dos lecturas espaciadas diez minutos.
- Cada punto ha sido incluido en, al menos, tres itinerarios.

El cálculo del valor de la gravedad de los puntos de cada itinerario se ha realizado con el programa REDGRA2 de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid (Profesor M. Sevilla) que es un programa que contempla la introducción de correcciones a las mediciones efectuadas por las causas siguientes:

- Deriva estática.
- Deriva dinámica.
- Corrección por marea debida al Sol y a la Luna.
- Corrección por elasticidad de la Tierra.
- Corrección por marea permanente.

Los valores que se han obtenido en cada uno de los puntos de los diferentes itinerarios se reflejan en el Anexo III.

Se hace la observación de que durante los días en que se efectuaron las mediciones hacía un viento bastante fuerte en la zona lo que, probablemente, haya influido en la precisión obtenida en dichas mediciones. Por otra parte, el hecho de que la mayor parte de los puntos están situados en las proximidades de carreteras también ha influido en que no se haya conseguido mayor precisión en ellas.

Con los valores de las diferencias de nivel medidas y los de la gravedad, se ha calculado la cota ortométrica de los puntos del cuadro II utilizando el programa CALGEO99 proporcionado por el IGN y con la fórmula (2) teniendo en cuenta que en alguno de los puntos se ha medido la gravedad a la altura del trípode. Los valores que se han obtenido se reflejan en el Anexo IV.

Los puntos SAN FERNANDO 1 y SAN FERNANDO 2 corresponden a mediciones de la gravedad a 50 y a 55 centímetros del punto SAN FERNANDO que es del que se conoce el valor de dicha fuerza.

### **CÁLCULO DE LA COTA ORTOMÉTRICA DE LOS PUNTOS DEL CUADRO III**

Para calcular la cota ortométrica de los puntos del cuadro III se realizaron los siguientes pasos:

- Se calculó la diferencia de nivel entre esos puntos y el punto NGK15 con los datos que figuran en las reseñas proporcionadas por el IGN Los datos se reflejan en el Anexo la
- Se midió el valor de la gravedad en esos puntos y en el punto NGK15 con el mismo procedimiento anterior.

Los resultados obtenidos se reflejan también en los mismos Anexos que para los puntos del cuadro II

Con los valores de las diferencias de nivel medidas y los de la gravedad, se ha calculado la cota ortométrica de los puntos del cuadro III utilizando de nuevo el programa CALGEO99.

Los valores que se han obtenido se reflejan en el Anexo IV.

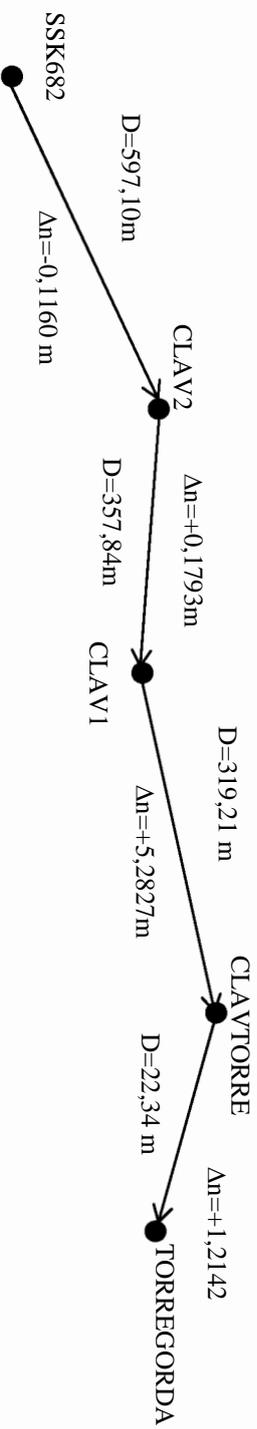
Por fin, en el anexo V se refleja el valor de la ondulación del geoide en los puntos de cota ortométrica conocida y en los que se ha medido esa cota, así como la diferencia entre estos valores y los que se obtienen utilizando el modelo de geoide IBERGEO 95.

**ANEXO I: OBSERVACIÓN DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL**

**ITINERARIO: SSK682-TORREGORDA**

COTA ORTOMÉTRICA (SSK682) = 4,3487 m

**CROQUIS**



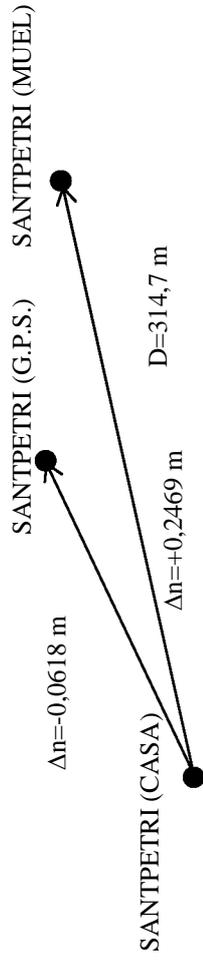
TRAMO	DESNIVEL IDA			DESNIVEL VUELTA			DESNIVEL PROMEDIO
	ESCALA I	ESCALA II	PROMEDIO	ESCALA I	ESCALA II	PROMEDIO	
SSK682-CLAV2	-0,11616 m	-0,11667 m	-0,116415 m	-0,11562 m	-0,11550 m	-0,11556 m	-0,1159875 m
CLAV2-CLAV1	0,17994 m	0,17976 m	0,17985 m	0,17879 m	0,17888 m	0,178835 m	0,1793425 m
CLAV1-CLAVTORRE	5,28239 m	5,28274 m	5,282565 m	5,28284 m	5,28254 m	5,28269 m	5,2826275 m
CLAVTORRE-TORREGORDA	1,21402 m	1,21386 m	1,21394 m	1,2144 m	1,21452 m	1,21446 m	1,2142 m

**ANEXO I: OBSERVACIÓN DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL**

**ITINERARIO: SANTPETRI- SANTPETRI**

COTA ORTOMÉTRICA (SANPETRI (CASA)) = 4,05 m

**CROQUIS**



TRAMO	DESNIVEL IDA			DESNIVEL VUELTA			DESNIVEL PROMEDIO
	ESCALA I	ESCALA II	PROMEDIO	ESCALA I	ESCALA II	PROMEDIO	
SANTPETRIC-SANTPETRIM	0,24715 m	0,24752 m	0,247335 m	0,24656 m	0,24624 m	0,2464 m	0,2468675 m

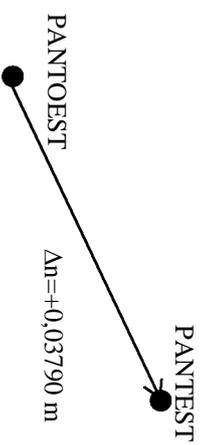
TRAMO	DESNIVEL			DESNIVEL PROMEDIO
	ESCALA I	ESCALA II	PROMEDIO	
SANTPETRIC-SANTPETRIG	-0,06189 m	-0,06183 m	-0,06186 m	-0,0621383 m
ESTACIÓN 1	-0,06186 m	-0,06181 m	-0,061835 m	
ESTACIÓN 2	-0,06279 m	-0,06265 m	-0,06272 m	
ESTACIÓN 3				

**ANEXO I: OBSERVACIÓN DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL**

**ITINERARIO: PANTALÁN-PANTALÁN**

COTA ORTOMÉTRICA (PANTOEST) = 5,89 m

**CROQUIS**



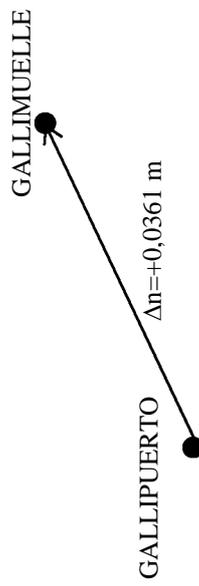
TRAMO	DESNIVEL			DESNIVEL PROMEDIO
	ESCALA I	ESCALA II	PROMEDIO	
PANTOEST-PANTEST				
ESTACIÓN 1	0,03755 m	0,03765 m	0,0376 m	0,0379 m
ESTACIÓN 2	0,03806 m	0,03814 m	0,0381 m	
ESTACIÓN 3	0,03804 m	0,03796 m	0,038 m	

**ANEXO I: OBSERVACIÓN DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL**

**ITINERARIO: GALLINERAS-GALLINERAS**

COTA ORTOMÉTRICA (GALLIPUERTO) = 4,40 m

**CROQUIS**



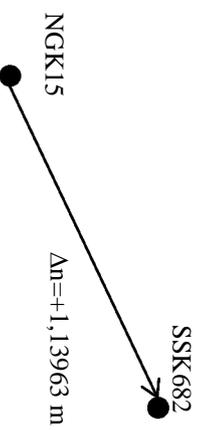
TRAMO	DESNIVEL IDA			DESNIVEL VUELTA			DESNIVEL PROMEDIO
	ESCALA I	ESCALA II	PROMEDIO	ESCALA I	ESCALA II	PROMEDIO	
GALLIPUERTO-GALLIMUELLE	0,03659 m	0,03654 m	0,036565 m	0,03567 m	0,03566 m	0,035665 m	0,036115 m

**ANEXO Ia: CÁLCULO DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL**

**ITINERARIO: NGK15-SSK682**

COTA ORTOMÉTRICA (NGK15) = 3,20972 metros

**CROQUIS**

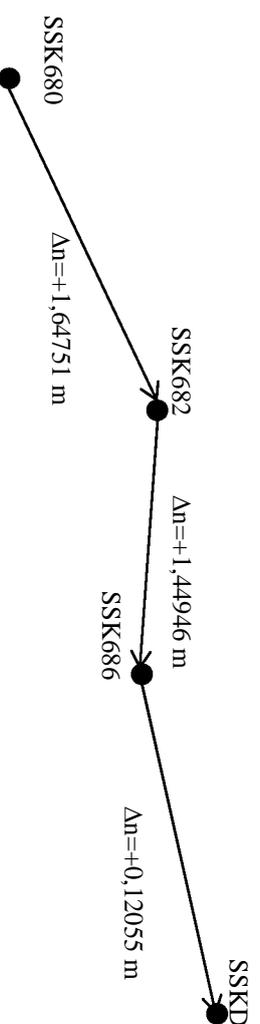


La diferencia de nivel está obtenida con los valores de la cota que figuran en la reseña de los dos puntos.

**ITINERARIO: SSK680-SSKD**

COTA ORTOMÉTRICA (SSK682) =4,3487 m

**CROQUIS**



Estos desniveles están obtenidos con los valores de las cotas que figuran en la reseña de los puntos.

**ANEXO II: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 101      FECHA: 01-06-2000**

PUNTO		COORDENADAS				LECTURAS DIAL				ALTIMETRIA
Nº	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA		ALTIMETRIA centímetros	
					HORA	LECTURA	HORA	LECTURA		
3000	S.FERNANDO2	36°27'51",64N	6°12'20",33W	44,55	16h 12m	916,8	16h 22m	917,1	0,0	
1018	CLAVROA	36°27'55",27N	6°12'20",25W		16h 28m	898,1	16h 40m	898,1	56,7	
1001	CLAVTORRE	36°27'32",06N	6°15'06",86W	9,7	16h 57m	910,5	17h 09m	911,4	53,5	
1002	TORREGORDA	36°27'32",10N	6°15'06",83W	10,9	17h 13m	907,1	17h 23m	907,0	0,00	
1003	CLAV1	36°27'38",34N	6°15'06",86W	4,8	17h 33m	924,3	17h 45m	924,1	52,0	
1004	CLAV2	36°27'36",46N	6°14'50",88W	4,2	17h 48m	927,1	17h 59m	927,2	50,0	
1005	SSK682	36°27'33",40N	6°14'27",19W	4,3	18h 12m	929,0	18h 25m	929,4	55,8	
1018	CLAVROA	36°27'55",27N	6°12'20",25W		18h 54m	897,9	19h 06m	898,0	55,2	
3000	S.FERNANDO2	36°27'51",64N	6°12'20",33W	44,55	19h 12m	916,5	19h 22m	916,4	0,0	

**ITINERARIO 104      FECHA: 05-06-2000**

PUNTO	COORDENADAS	LECTURAS DIAL				ALTURA TRÍPODE			
		PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA					
Nº	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	centímetros
2000	S.FERNANDO1	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,5	17h 11m	914,3	17h 21m	914,4	0,0
1018	CLAVROA	36° 27' 55" ,27N	6° 12' 20" ,25W		17h 30m	896,0	17h 40m	895,9	54,3
1001	CLAVTORRE	36° 27' 32" ,06N	6° 15' 06" ,86W	9,7	18h 30m	907,0	18h 40m	907,3	53,5
1002	TORREGORDA	36° 27' 32" ,10N	6° 15' 06" ,83W	10,9	18h 43m	905,0	18h 53m	905,2	0,00
1018	CLAVROA	36° 27' 55" ,27N	6° 12' 20" ,25W		19h 12m	896,7	19h 22m	896,7	54,4
2000	S.FERNANDO1	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,5	19h 28m	915,3	19h 38m	915,3	0,0

**ANEXO II: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 105    FECHA: 08-06-2000**

PUNTO		COORDENADAS				LECTURAS DIAL				ALTIMETRIA
Nº	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTIMETRIA (metros)	PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA		ALTIMETRIA	
					HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	centímetros	
3000	S.FERNANDO2	36°27'51",64N	6°12'20",33W	44,55	07h 30m	914,9	07h 40m	915,1	0,0	
1018	CLAVROA	36°27'55",27N	6°12'20",25W		07h 48m	896,3	07h 58m	896,5	55,2	
1008	SANTPETRIC	36°23'48",37N	6°12'24",23W	4,1	08h 34m	890,1	08h 44m	890,4	50,8	
1010	SANTPETRIM	36°23'42",81N	6°12'32",68W	4,0	08h 58m	886,0	09h 08m	886,0	54,4	
1011	PANTOEST	36°31'12",02N	6°15'19",95W	5,9	10h 31m	1018,8	10h 43m	1019,0	53,7	
1006	GALLIMUELLE	36°26'23",95N	6°12'24",26W	4,40	12h 13m	921,0	12h 23m	918,0	52,0	
1018	CLAVROA	36°27'55",27N	6°12'20",25W		13h 28m	897,2	13h 38m	897,4	55,2	
3000	S.FERNANDO2	36°27'51",64N	6°12'20",33W	44,55	13h 43m	915,6	13h 53m	915,9	0,0	

**ANEXO II: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 106      FECHA: 12-06-2000**

Nº	PUNTO	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	LECTURAS DIAL				ALTURA TRÍPODE centímetros
						HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	
3000	S.FERNANDO2		36°27'51",64N	6°12'20",33W	44,5	13h 44m	916,4	13h 55m	916,3	0,0
1018	CLAVROA		36°27'55",27N	6°12'20",25W		14h 00m	897,5	14h 10m	897,5	58,0
1006	GALLIMUELLE		36°26'23",95N	6°12'24",26W	4,4	14h 30m	918,6	14h 40m	918,4	54,5
1007	GALLIPUERTO		36°26'19",97N	6°12'18",63W	4,4	14h 45m	928,3	14h 55m	927,6	55,3
1008	SANTPETRIC		36°23'48",37N	6°12'24",23W	4,1	15h 25m	890,3	15h 35m	890,3	54,7
1009	SANTPETRIG		36°23'48",38N	6°12'24",77W	4,0	15h 40m	890,7	15h 50m	890,4	30,4
1010	SANTPETRIM		36°23'42",81N	6°12'32",68W	4,3	15h 58m	886,3	16h 08m	887,4	56,0
1011	PANTOEST		36°31'12",02N	6°15'19",95W	5,9	17h 22m	1018,4	17h 32m	1018,0	54,9
1012	PANTEST		36°31'11",99N	6°15'20",44W	9,7	17h 36m	982,9	17h 45m	982,0	55,2
1001	CLAVTORRE		36°27'32",06N	6°15'06",86W	9,7	17h 53m	907,5	18h 05m	907,7	55,0

1003	CLAV1	36°27'38",34N	6°15'04",85W	4,8	18h 12m	923,4	18h 22m	923,4	55,2
1005	SSK682	36°27'33",40N	6°14'27",19W	4,3	18h 27m	928,8	18h 37m	928,4	54,3
1004	CLAV2	36°27'36",46N	6°14'50",88W	4,2	18h 45m	926,1	18h 55m	926,1	53,8
1018	CLAVROA	36°27'55",27N	6°12'20",25W		19h 10m	896,9	19h 20m	897,0	55,2
3000	S.FERNANDO2	36°27'51",64N	6°12'20",33W	44,5	19h 25m	915,0	19h 35m	915,3	0,0

**ANEXO II: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 107    FECHA: 13-06-2000**

PUNTO		COORDENADAS			LECTURAS DIAL				ALTURA TRIPODE
Nº	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	PRIMERA LECTURA	SEGUNDA LECTURA	HORA	LECTURA	centímetros
3000	S.FERNANDO2	36°27'51",64N	6°12'20",33W	44,55	HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	
					06h 00m	916,4	06h 10m	916,5	0,0
1018	CLAVROA	36°27'55",27N	6°12'20",25W		06h 15m	897,6	06h 25m	897,5	57,2

1002	<b>TORREGORDA</b>	36°27'32",10N	6°15'06",83W	10,9	06h 40m	906,2	06h 50m	906,4	0,0
1001	<b>CLAVTORRE</b>	36°27'32",06N	6°15'06",86W	9,7	06h 55m	908,4	07h 05m	908,5	56,5
1003	<b>CLAV1</b>	36°27'38",34N	6°15'04",85W	4,8	07h 13m	923,8	07h 23m	923,7	55,2
1004	<b>CLAV2</b>	36°27'36",46N	6°14'50",88W	4,2	07h 30m	926,1	07h 40m	926,1	54,6
1005	<b>SSK682</b>	36°27'33",40N	6°14'27",19W	4,3	07h 46m	929,2	07h 56m	929,3	58,1
1008	<b>SANTPETRIC</b>	36°23'48",37N	6°12'24",23W	4,1	08h 20m	889,8	08h 30m	888,0	55,2
1009	<b>SANTPETRIG</b>	36°23'48",38N	6°12'24",77W	4,0	08h 35m	891,0	08h 45m	890,4	30,5
1010	<b>SANTPETRIM</b>	36°23'42",81N	6°12'32",68W	4,3	09h 35m	887,3	09h 05m	887,5	0,0
1011	<b>PANTOEST</b>	36°31'12",02N	6°15'19",95W	5,9	10h 25m	1019,5	10h 20m	1019,5	0,0
1012	<b>PANTEST</b>	36°31'12",02N	6°15'20",44W	9,7	11h 00m	1019,7	10h 35m	1019,7	0,0
1006	<b>GALLIMUELLE</b>	36°26'23",95N	6°12'24",26W	4,4	11h 15m	917,0	11h 10m	917,2	0,0
1007	<b>GALLIPUERTO</b>	36°26'19",97N	6°12'18",63W	4,4	11h 40m	927,0	11h 25m	927,0	0,0
1018	<b>CLAVROA</b>	36°27'55",27N	6°12'20",25W		11h 55m	896,0	11h 50m	896,7	55,1
3000	<b>S.FERNANDO2</b>	36°27'51",64N	6°12'20",33W	44,55		914,3	12h 05m	914,2	0,0

**ANEXO II: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 108    FECHA: 14-06-2000**

PUNTO		COORDENADAS				LECTURAS DIAL				ALTIMETRIA
Nº	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTIMETRIA (metros)	PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA		ALTIMETRIA	
					HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	centímetros	
3000	S.FERNANDO2	36°27'51",64N	6°12'20",33W	44,55	06h 00m	915,4	06h 10m	915,6	0,0	
1018	CLAVROA	36°27'55",27N	6°12'20",25W		06h 15m	897,5	06h 25m	897,5	56,4	
1002	TORREGORDA	36°27'32",10N	6°15'06",83W	10,9	06h 33m	906,8	06h 43m	906,5	0,0	
1001	CLAVTORRE	36°27'32",06N	6°15'06",86W	9,7	06h 45m	908,4	06h 55m	909,0	53,3	
1008	SANTPETRIC	36°23'48",37N	6°12'24",23W	4,1	07h 35m	889,0	07h 45m	889,2	55,6	
1009	SANTPETRIG	36°23'48",38N	6°12'24",77W	4,0	07h 50m	889,2	08h 00m	889,5	54,3	
1010	SANTPETRIM	36°23'42",81N	6°12'32",68W	4,3	08h 05m	887,2	08h 15m	887,3	0,0	
1019	PUSANMARIA	36°35'95",96N	6°13'57",84W		08h 50m	1178,2	09h 00m	1179,0	0,0	
1011	PANTOEST	36°31'12",02N	6°15'19",95W	5,9	09h 45m	1017,8	09h 55m	1018,5	0,0	
1012	PANTEST	36°31'12",02N	6°15'20",44W	9,7	10h 00m	1019,0	10h 10m	1019,5	0,0	

1013	SSKD	36°30'07",54N	6°16'27",44W	5,9	10h 30m	965,2	10h 40m	965,6	55,3
1003	CLAV1	36°27'38",34N	6°15'04",85W	4,8	11h 00m	917,7	11h 10m	917,9	54,2
1004	CLAV2	36°27'36",46N	6°14'50",88W	4,2	11h 20m	919,0	11h 30m	920,5	56,2
1005	SSK682	36°27'33",40N	6°14'27",19W	4,3	11h 35m	924,5	11h 45m	923,3	54,8
1014	SSK680	36°27'23",70N	6°13'11",82W	2,7	11h 53m	936,1	12h 03m	936,1	0,0
1015	SSK686	36°28'55",02N	6°15'47",36W	5,8	14h 55m	945,2	15h 05m	945,2	55,2
1006	GALLIMUELLE	36°26'23",95N	6°12'24",26W	4,4	15h 20m	914,8	15h 30m	914,9	0,0
1007	GALLIPUERTO	36°26'19",97N	6°12'18",63W	4,4	15h 35m	923,3	15h 45m	923,8	0,0
1018	CLAVROA	36°27'55",27N	6°12'20",25W		16h 00m	891,1	16h 10m	891,0	55,3
3000	S.FERNANDO2	36°27'51",64N	6°12'20",33W	44,55	16h 15m	909,4	16h 25m	909,3	0,0

**ANEXO II: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 109    FECHA: 15-06-2000**

PUNTO		COORDENADAS				LECTURAS DIAL					ALTURA TRIPODE
Nº	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA		centímetros		
					HORA	LECTURA	HORA	LECTURA			
3000	S.FERNANDO2	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,55	06h 00m	909,8	06h 10m	910,0	0,0		
1013	SSKD	36° 30' 07" ,54N	6° 16' 27" ,44W	5,9	06h 37m	965,1	06h 47m	965,9	54,9		
1015	SSK686	36° 28' 55" ,02N	6° 15' 47" ,36W	5,8	07h 01m	939,7	07h 10m	940,9	56,1		
1014	SSK680	36° 27' 23" ,70N	6° 13' 11" ,82W	2,7	07h 25m	933,4	07h 35m	933,4	54,9		
1013	SSKD	36° 30' 07" ,54N	6° 16' 27" ,44W	5,9	07h 50m	963,8	08h 00m	964,4	56,0		
1015	SSK686	36° 28' 55" ,02N	6° 15' 47" ,36W	5,8	08h 15m	943,5	08h 25m	943,7	54,6		
1014	SSK680	36° 27' 23" ,70N	6° 13' 11" ,82W	2,7	08h 40m	933,2	08h 50m	933,3	55,3		
3000	S.FERNANDO2	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,55	09h 00m	908,9	09h 10m	908,7	0,0		

**ANEXO II: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 110      FECHA: 27-07-2000**

Nº	PUNTO	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	LECTURAS DIAL		ALTURA TRÍPODE centímetros		
						PRIMERA LECTURA	SEGUNDA LECTURA			
						HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	
1000	S.FERNANDO		36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,0	11h 52m	910,6	12h 03m	910,5	0,0
1040	NGK15		36° 27' 27" ,86N	6° 13' 50" ,53W	3,19	12h 41m	933,6	12h 52m	933,6	0,0
1041	NGK16		36° 27' 29" ,12N	6° 13' 48" ,17W	3,91	13h 05m	924,6	13h 15m	924,6	0,0
1048	NGK29		36° 28' 00" ,25N	6° 09' 54" ,29W	5,42	14h 33m	906,3	14h 43m	906,3	0,0
1048	NGK29		36° 28' 00" ,25N	6° 09' 54" ,29W	5,42	16h 42m	906,1	16h 52m	906,1	0,0
1041	NGK16		36° 27' 29" ,12N	6° 13' 48" ,17W	3,91	17h 25m	924,2	17h 35m	924,2	0,0
1040	NGK15		36° 27' 27" ,86N	6° 13' 50" ,53W	3,19	17h 40m	933,4	17h 50m	933,4	0,0
1000	S.FERNANDO		36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,0	18h 05m	913,9	18h 15m	913,9	0,0

**ITINERARIO 111      FECHA: 28-07-2000**

PUNTO		COORDENADAS			LECTURAS DIAL						ALTURA TRIPODE		
N°	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA		HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	centímetros
					HORA	LECTURA	HORA	LECTURA					
1000	S.FERNANDO	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,0	07h 20m	912,0	07h 30m	912,0	07h 30m	912,0			0,0
1041	NGK16	36° 27' 29" ,12N	6° 13' 48" ,17W	3,91	07h 40m	931,4	07h 50m	931,4	07h 50m	931,4			0,0
1040	NGK15	36° 27' 27" ,86N	6° 13' 50" ,53W	3,19	08h 15m	930,1	08h 25m	930,1	08h 25m	930,1			0,0
1048	NGK29	36° 28' 00" ,25N	6° 09' 54" ,29W	5,42	08h 50m	904,2	09h 00m	904,2	09h 00m	904,2			0,0
1000	S.FERNANDO	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,0	09h 55m	910,9	10h 55m	910,9	10h 55m	910,9			0,0

**ANEXO II: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 112      FECHA: 05-08-2000**

PUNTO	COORDENADAS			ALTURA (metros)	LECTURAS DIAL				ALTURA TRÍPODE centímetros
	Nº	NOMBRE	LATITUD		LONGITUD	HORA	LECTURA	HORA	
1000	S.FERNANDO	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,0	07h 02m	912,2	07h 10m	912,1	0,0
2000	S.FERNANDO1	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,5	07h 22m	911,8	07h 32m	911,8	0,0
3000	S.FERNANDO2	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,55	07h 41m	911,7	07h 50m	911,7	0,0
3000	S.FERNANDO2	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,55	18h 02m	911,8	18h 11m	911,8	0,0
2000	S.FERNANDO1	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,5	18h 21m	912,0	18h 30m	912,1	0,0
1000	S.FERNANDO	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,0	18h 35m	912,3	18h 45m	912,4	0,0

**ANEXO II: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 113      FECHA: 06-08-2000**

PUNTO		COORDENADAS				LECTURAS DIAL				ALTURA TRIPODE	
Nº	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	PRIMERA LECTURA	SEGUNDA LECTURA	HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	centímetros
1000	S.FERNANDO	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,0	07h 01m	912,4	07h 11m	912,4	07h 11m	912,4	0,0
2000	S.FERNANDO1	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,5	07h 15m	912,4	07h 25m	912,4	07h 25m	912,4	0,0
3000	S.FERNANDO2	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,55	07h 27m	912,5	07h 37m	912,6	07h 37m	912,6	0,0
1041	NGK16	36° 27' 29" ,12N	6° 13' 48" ,17W	3,91	08h 09m	932,6	08h 19m	932,6	08h 19m	932,6	0,0
1040	NGK15	36° 27' 27" ,86N	6° 13' 50" ,53W	3,19	08h 40m	933,7	08h 50m	933,6	08h 50m	933,6	0,0
1041	NGK16	36° 27' 29" ,12N	6° 13' 48" ,17W	3,91	15h 20m	933,4	15h 30m	933,0	15h 30m	933,0	0,0
1040	NGK15	36° 27' 27" ,86N	6° 13' 50" ,53W	3,19	15h 43m	933,1	15h 55m	929,5	15h 55m	929,5	0,0
3000	S.FERNANDO2	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,55	16h 15m	911,5	16h 25m	911,6	16h 25m	911,6	0,0
2000	S.FERNANDO1	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,5	16h 27m	912,5	16h 37m	912,5	16h 37m	912,5	0,0
1000	S.FERNANDO	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,0	16h 39m	912,4	16h 49m	912,4	16h 49m	912,4	0,0

**ANEXO II: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 114      FECHA: 07-08-2000**

Nº	PUNTO	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	LECTURAS DIAL				ALTURA TRÍPODE centímetros
						HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	
1000	S.FERNANDO		36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,0	12h 40m	912,0	12h 50m	911,9	0,0
2000	S.FERNANDO1		36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,5	12h 52m	911,0	13h 02m	911,1	0,0
3000	S.FERNANDO2		36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,55	13h 04m	910,3	13h 14m	910,4	0,0
1041	NGK16		36° 27' 29" ,12N	6° 13' 48" ,17W	3,91	13h 25m	932,4	13h 35m	932,5	0,0
1040	NGK15		36° 27' 27" ,86N	6° 13' 50" ,53W	3,19	13h 44m	932,3	13h 54m	932,4	0,0
1041	NGK16		36° 27' 29" ,12N	6° 13' 48" ,17W	3,91	17h 13m	932,0	17h 28m	931,7	0,0
1040	NGK15		36° 27' 27" ,86N	6° 13' 50" ,53W	3,19	17h 47m	932,6	17h 57m	932,5	0,0
3000	S.FERNANDO2		36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,55	18h 18m	911,5	18h 28m	911,5	0,0
2000	S.FERNANDO1		36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,5	18h 30m	911,45	18h 40m	911,4	0,0
1000	S.FERNANDO		36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,0	18h 43m	912,6	18h 53m	912,6	0,0

**ANEXO II: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 115      FECHA: 14-08-2000**

PUNTO		COORDENADAS				LECTURAS DIAL				ALTURA TRIPODE
Nº	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA		centímetros	
					HORA	LECTURA	HORA	LECTURA		
1000	S.FERNANDO	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,0	07h 56m	915,1	08h 06m	915,0	0,0	
1007	GALLIPUERTO	36° 26' 19" ,97N	6° 12' 18" ,63W	4,4	08h 23m	925,2	08h 33m	925,4	0,0	
1006	GALLIMUELLE	36° 26' 23" ,95N	6° 12' 24" ,26W	4,4	08h 47m	916,5	08h 57m	916,7	0,0	
1009	SANTPETRIG	36° 23' 48" ,38N	6° 12' 24" ,77W	4,0	09h 44m	885,6	09h 54m	885,7	0,0	
1010	SANTPETRIM	36° 23' 42" ,81N	6° 12' 32" ,68W	4,3	10h 00m	882,0	10h 10m	882,0	0,0	
1011	PANTOEST	36° 31' 12" ,02N	6° 15' 19" ,95W	5,9	11h 01m	1014,2	11h 10m	1014,6	0,0	
1012	PANTEST	36° 31' 12" ,02N	6° 15' 20" ,44W	9,7	11h 15m	1014,2	11h 25m	1014,0	0,0	
1013	SSKD	36° 30' 07" ,54N	6° 16' 27" ,44W	5,9	11h 53m	965,1	12h 03m	965,2	0,0	
1015	SSK686	36° 28' 55" ,02N	6° 15' 47" ,36W	5,8	12h 14m	942,2	12h 24m	942,2	0,0	
1014	SSK680	36° 27' 23" ,70N	6° 13' 11" ,82W	2,7	12h 33m	935,2	12h 43m	935,3	0,0	
3000	S.FERNANDO	36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,0	13h 56m	911,5	13h 06m	911,4	0,0	

**ITINERARIO 116      FECHA: 21-08-2000**

Nº	PUNTO	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	LECTURAS DIAL				ALTURA TRÍPODE centímetros
						PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA		
						HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	
1000	S.FERNANDO		36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,0	06h 10m	910,6	06h 20m	910,5	0,0
2000	S.FERNANDO1		36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,5	06h 25m	908,7	06h 35m	908,7	0,0
3000	S.FERNANDO2		36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,55	06h 40m	908,2	06h 50m	908,1	0,0
1007	GALLIPUERTO		36° 26' 19" ,97N	6° 12' 18" ,63W	4,4	07h 25m	921,1	07h 35m	921,1	0,0
1006	GALLIMUELLE		36° 26' 23" ,95N	6° 12' 24" ,26W	4,4	07h 42m	912,0	07h 52m	912,2	0,0
1011	PANTOEST		36° 31' 12" ,02N	6° 15' 19" ,95W	5,9	08h 45m	1009,7	08h 55m	1009,7	0,0
1013	SSKD		36° 30' 07" ,54N	6° 16' 27" ,44W	5,9	09h 30m	960,7	09h 40m	960,8	0,0
1015	SSK686		36° 28' 55" ,02N	6° 15' 47" ,36W	5,8	10h 02m	937,7	10h 12m	937,8	0,0
1014	SSK680		36° 27' 23" ,70N	6° 13' 11" ,82W	2,7	10h 30m	930,5	10h 40m	930,7	0,0
3000	S.FERNANDO2		36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,55	11h 10m	904,3	11h 20m	904,2	0,0
2000	S.FERNANDO1		36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,5	11h 25m	904,5	11h 35m	904,4	0,0
1000	S.FERNANDO		36° 27' 51" ,64N	6° 12' 20" ,33W	44,0	11h 40m	906,5	11h 50m	906,7	0,0

**ANEXO III****VALORES DE LA GRAVEDAD OBTENIDOS EN CADA UNO DE LOS PUNTOS EN LOS DIFERENTES ITINERARIOS EN QUE HAN SIDO INCLUIDOS:**

PUNTO		ITINERARIO	GRAVEDAD OBSERVADA (miligales)	ALTURA TRÍPODE (cms)	GRAVEDAD PROMEDIO (miligales)
Nº	NOMBRE				
1001	CLAVTORRE	101	979825,907	53,5	
		104	979825,742	53,5	
		106	979825,688	55,0	
		107	979825,747	56,5	
		108	979825,908	53,3	
1002	TORREGORDA	101	979825,487	0,0	979825,541
		104	979825,509	0,0	
		107	979825,502	0,0	
		108	979825,666	0,0	
1003	CLAV1	101	979827,334	52,0	
		106	979827,398	55,0	
		107	979827,409	56,5	
		108	979827,318	54,2	
1004	CLAV2	101	979827,654	50,0	
		106	979827,710	53,8	
		107	979827,678	54,6	
		108	979827,550	56,2	
1005	SSK682	101	979827,883	55,8	
		106	979827,977	54,3	
		107	979828,030	58,1	
		108	979828,011	54,8	
1006	GALLIMUELLE	105	979826,953	52,0	
		106	979826,814	54,5	
		107	979826,825	0,0	
		108	979827,157	0,0	
		115	979826,957	0,0	
		116	979827,996	0,0	
1007	GALLIPUERTO	106	979827,828	55,3	
		107	979827,890	0,0	
		108	979828,099	0,0	
		115	979827,855	0,0	
		116	979827,942	0,0	
1008	SANTPETRIC	105	997823,813	50,8	
		106	997823,778	54,7	
		107	997823,772	55,2	
		108	997823,894	55,6	

**ANEXO III (CONTINUACIÓN)**

PUNTO		ITINERARIO	GRAVEDAD OBSERVADA (miligales)	ALTURA TRÍPODE (cms)	GRAVEDAD PROMEDIO (miligales)
Nº	NOMBRE				
1009	SANTPETRIG	106	997823,806	30,4	
		107	997824,924	30,5	
		108	99782,950	54,3	
		115	979823,718	0,0	
1010	SANTPETRIM	105	997823,405	54,4	
		106	997823,411	56,0	
		107	997823,583	0,0	
		108	997823,752	0,0	
		115	979823,350	0,0	
1011	PANOEST	106	979837,565	54,9	
		107	979837,828	0,0	
		108	979838,007	0,0	
		115	979837,669	0,0	
		116	979837,575	0,0	
1012	PANEST	105	979837,663	53,7	
		106	979837,615	55,2	
		107	979837,854	0,0	
		108	979838,148	0,0	
		115	979837,653	0,0	
1013	SSKD	108	979832,400	55,3	
		109	979832,506	55,0	
		115	979832,426	0,0	
		116	979832,374	0,0	
1014	SSK680	108	979829,340	0,0	
		109	979829,154	55,0	
		115	979829,239	0,0	
		116	979829,224	0,0	
1015	SSK686	108	979830,412	55,2	
		109	979830,066	55,0	
		115	979829,974	0,0	
		116	979829,949	0,0	
1018	CLAVROA	101	979824,537	56,0	
		104	979824,562	54,3	
		105	979824,558	55,2	
		106	979824,576	56,6	
		107	979824,565	56,2	
		108	979824,633	55,9	
1040	NGK15	110	978828,710	0,0	No utilizado 979828,957
		111	979829,091	0,0	
		113	979828,888	0,0	
		114	979828,891	0,0	

**ANEXO III (CONTINUACIÓN)**

PUNTO		ITINERARIO	GRAVEDAD OBSERVADA (miligales)	ALTURA TRÍPODE (cms)	GRAVEDAD PROMEDIO (miligales)
Nº	NOMBRE				
1041	NGK16	110	979828,817	0,0	No utilizado 979828,872
		111	979828,103	0,0	
		113	979828,935	0,0	
		114	979828,863	0,0	
1048	NGK29	110	979825,954	0,0	979826,035
		111	979826,115	0,0	
2000	S. FERNANDO1	112	979826,667	0,0	979826,628
		113	979826,738	0,0	
		114	979826,605	0,0	
		117	979826,502	0,0	
3000	S. FERNANDO2	112	979826,659	0,0	979826,642
		113	979826,694	0,0	
		114	979826,574	0,0	
		117	979826,456	0,0	

**ANEXO IV**

**VALORES DE LA COTA ORTOMÉTRICA DE LOS PUNTOS DE LOS CUADROS II Y III**

<b>PUNTO Nº</b>	<b>DENOMINACIÓN</b>	<b>COTA ORTOMÉTRICA (metros)</b>
<b>1001</b>	CLAVTORRE	9,6941
<b>1002</b>	TORREGORDA	10,9083
<b>1003</b>	CLAV1	4,411
<b>1004</b>	CLAV2	4,2323
<b>1005</b>	SSK682	4,3487
<b>1007</b>	GALLIMUELLE	4,4361
<b>1009</b>	SANTPETRIG	3,9879
<b>1010</b>	SANTPETRIM	4,2969
<b>1012</b>	PANTEST	5,9729
<b>1013</b>	SSKD	5,9188
<b>1014</b>	SSK680	2,7013
<b>1015</b>	SSK686	5,7983

**ANEXO V**

<b>PUNTO Nº</b>	<b>DENOMINACIÓN</b>	<b>h (metros)</b>	<b>H (metros)</b>	<b>ONDULACIÓN</b>	<b>DIFERENCIA (metros)</b>
1001	TORREGORDA	55,317	10,9083	44,4087	-1,0353
1002	CLAVTORRE	54,060	9,6941	44,3659	-1,0781
1003	CLAV1	48,832	4,411	44,4210	-1,033
1004	CLAV2	48,756	4,2323	44,5237	-0,9243
1005	SSK682	48,756	4,3487	44,4073	-1,0297
1006	GALLIMUELLE	47,051	4,4361	42,6149	<b>-2,6731</b>
1007	GALLIPUERTO	47,068	4,40000	42,668	<b>-2,62</b>
1008	SANTPETRIC	46,609	4,05000	42,559	<b>-2,488</b>
1009	SANTPETRIG	46,463	3,9879	42,5361	<b>-2,5109</b>
1010	SANTPETRIM	46,833	4,2969	42,4751	<b>-2,6811</b>
1011	PANTOEST	49,143	5,89000	43,253	<b>-2,28</b>
1012	PANTEST	49,169	5,9729	43,1961	<b>-2,6069</b>
1013	SSKD	50,941	5,9188	45,0222	-0,6908
1014	SSK680	47,080	2,7013	44,3787	-1,0243
1015	SSK686	50,383	5,7983	44,5847	-0,9993
1018	CLAVROA	71,475	43,154	28,321	<b>-17,023</b>
1019	PUSANMARÍA	48,766	4,493	44,273	<b>-1,928</b>
1020	CÁDIZ	48,166	3,537	44,629	<b>-1,572</b>
1022	NGS 684	47,716	3,427953	44,289	-1,13
1023	SSK 671,4	47,879	3,530936	44,349	-1,11
1038	NGK10	53,634	8,99152	44,64248	-1,02552
1039	NGK11	50,237	5,56293	44,67407	-0,98993
1040	NGK15	46,395	3,20972	43,203	<b>-2,23372</b>
1041	NGK16	48,300	3,915	44,385	-1,036
1042	NGK19	64,384	19,97852	44,4054	-0,99352
1043	NGK20	60,000	20,09483	39,90517	<b>-5,49183</b>
1044	NGK21	60,979	16,47398	44,50502	-0,92998
1045	NGK22	54,872	10,17152	44,70048	-0,79352
1046	NGK23	54,932	10,34703	44,58497	-0,90903
1047	NGK24	46,543	3,58544	42,95756	<b>-2,49044</b>
1048	NGK29	49,834	5,42100	44,413	-1,002
1049	NAPG802	50,702	6,32631	44,37569	-1,06831
1050	NGR 38	49,401	4,97294	44,428	-1,02

### **3.- PRÁCTICAS REALIZADAS POR LOS ALUMNOS DEL XXV CURSO DE GEODESIA**

Estas prácticas se realizaron durante el mes de Julio de 2002 y participaron las siguientes personas:

#### **Dirección**

Comandante D. Juan Barrado Díaz, profesor del Departamento de Geodesia de la Escuela de Guerra del Ejército.

Capitán de Corbeta D. José Martín Dávila, Jefe de la Sección de Geofísica del Real Instituto y Observatorio de la Armada (ROA), y CC. D. Jorge Gárate Pasquín, Jefe del Servicio de Satélites del ROA.

#### **Alumnos del XXV Curso de Geodesia**

Capitán D. Francisco Javier Galisteo Cañas, Capitán D. Francisco Javier de la Puente Maroto, Capitán D. Enrique Miguel García Cuadrado, Teniente de Navío D. Guillermo Coll Florit, Teniente de Navío D. Javier Montojo Salazar.

Para la ejecución de la práctica se eligieron una serie de puntos, alrededor de la Bahía de Cádiz, que tienen las siguientes características:

**Grupo 5.** Los que tienen cota ortométrica conocida, por pertenecer a la red de nivelación de alta precisión. Estos puntos se relacionan en el cuadro Ib.

**Grupo 6.** Puntos sobre los que se han efectuado las medidas. Por tanto se desconoce su cota. Se relacionan en el cuadro IIb.

**Grupo 7.** Puntos de los que se conoce su diferencia de nivel respecto de algún punto de cota ortométrica conocida, pero, por no haberse realizado en ellos mediciones de gravedad, se desconoce su cota ortométrica. Dichos puntos se reflejan en el cuadro IIIb.

Se acompaña un mapa, a escala 1:50000 con la situación aproximada de estos puntos.

## CUADRO Ib

### RELACIÓN DE PUNTOS DE LOS QUE SE CONOCE SU COTA ORTOMÉTRICA

<b>PUNTO Nº</b>	<b>UBICACIÓN</b>	<b>DESCRIPCIÓN</b>	<b>DENOMINACIÓN</b>	<b>COTA ORTOMÉTRICA</b>
<b>1024</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK670.6	3,392835 m
<b>1026</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS692	5,458313 m
<b>1027</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS695	10,981055 m
<b>1028</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSKPRB	7,314465 m
<b>1031</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK665.4	5,056197 m
<b>1032</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS687	6,304249 m
<b>1033</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS688	14,176901 m
<b>1034</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS689	14,101514 m
<b>1035</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS694	5,735865 m
<b>1036</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGS697	10,908912 m
<b>*1048</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NGK29	5,42100 m
<b>*1049</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	NAPG802	6,32631 m
<b>2001</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK3	2,08604 m
<b>2003</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSGNK331	8,74415 m
<b>2004</b>	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK6	5,70987 m

Se acompaña una reseña de cada uno de estos puntos. Las cotas son las cotas compensadas proporcionadas por el IGN y que pueden no coincidir con las que aparecen en las reseñas.

\* Estos puntos también fueron utilizados en las prácticas de los Alumnos del XXIV Curso de geodesia.

**CUADRO IIb**

**RELACIÓN DE PUNTOS DE LOS QUE NO SE CONOCE SU COTA ORTOMÉTRICA**

<b>PUNTO Nº</b>	<b>UBICACIÓN</b>	<b>DESCRIPCIÓN</b>	<b>DENOMINACIÓN</b>
<b>*1001</b>	POLÍGONO DE EXPERENCIAS DE TORREGORDA	CLAVO DE NIVELACIÓN SITUADO AL PIE DEL HITO GEODÉSICO	CLAVTORRE
<b>*1002</b>	POLÍGONO DE EXPERENCIAS DE TORREGORDA	HITO GEODÉSICO	TORREGORDA
<b>3000</b>	CHICLANA DE LA FRONTERA	CLAVO DE NIVELACIÓN	CHICLANA1
<b>3001</b>	CHICLANA DE LA FRONTERA	CLAVO DE NIVELACIÓN	CHICLANA2
<b>3002</b>	CHICLANA DE LA FRONTERA	CLAVO DE NIVELACIÓN	CHICLANA3

\* Estos puntos también fueron utilizados en las prácticas de los Alumnos del XXIV Curso de geodesia.

### CUADRO IIIb

#### RELACIÓN DE PUNTOS DE LOS QUE SE CONOCE SU DIFERENCIA DE NIVEL PERO NO SU COTA ORTOMÉTRICA

PUNTO N°	UBICACIÓN	DESCRIPCIÓN	DENOMINACIÓN
*1005	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK682
*1013	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSKD
*1014	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK680
*1015	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK686
1029	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK662,6
1030	VER RESEÑA	CLAVO DE NIVELACIÓN	SSK663,3

Se acompaña un gráfico con la situación aproximada de estos puntos.

\* Estos puntos también fueron utilizados en las prácticas de los Alumnos del XXIV Curso de geodesia.

#### EJECUCIÓN DE ESTA PRÁCTICA:

En esta práctica se realizaron las siguientes actividades:

1. Cálculo de las coordenadas geodésicas de los puntos de los cuadros Ib, IIb y IIIb en el sistema de referencia WGS-84.
2. Cálculo de la cota ortométrica de los puntos del cuadro IIb.
3. Cálculo de la cota ortométrica de los puntos del cuadro IIIb.

#### CÁLCULO DE COORDENADAS GEODÉSICAS EN EL SISTEMA DE REFERENCIA WGS-84, DE LOS PUNTOS DE LOS CUADROS Ib, IIb Y IIIb:

Para calcular estas coordenadas se ha seguido el procedimiento de situar un receptor GPS de la casa TRIMBLE, modelo 4000SSE en el vértice Torregorda, cuyas coordenadas se tomaron como fijas, y otro del mismo modelo en cada uno de los puntos a calcular. Se adquirieron datos de los satélites de la constelación NAVSTAR durante 20 minutos, almacenándolos cada 5 segundos y con una máscara de elevación de 15°.

El cálculo de las coordenadas se ha realizado con el programa GPSURVEY, suministrado por la misma casa que los receptores. Las coordenadas obtenidas se reflejarán en el cuadro IVa, y la altura elipsoidal también en el Anexo Va.

**CUADRO IVa****RELACIÓN DE COORDENADAS GEODÉSICAS EN EL SISTEMA DE REFERENCIA  
WGS-84**

PUNTO		LATITUD	LONGITUD	ALTURA ELIPSOIDAL (metros)	SOLUCIÓN
Nº	NOMBRE				
1001	CLAVTORRE	36° 27' 32",066N	6° 15' 06",859W	54,060	Baseline
1002	TORREGORD A	36° 27' 32",108N	6° 15' 06",830W	55,317	Fixed
1005	SSK682	36° 27' 33",407N	6° 14' 27",189W	48,756	Baseline
1013	SSKD	36° 30' 07",541N	6° 16' 27",436W	50,941	Baseline
1014	SSK680	36° 27' 23",707N	6° 13' 11",817W	47,080	Baseline
1015	SSK686	36° 28' 55",031N	6° 15' 47",353W	50,383	Baseline
1024	SSK670.6	36° 28' 37",832N	6° 08' 40",597W	47,590	Baseline
1026	NGS692	36° 31' 51",033N	6° 11' 07",447W	50,562	Baseline
1029	SSK662.6	36° 31' 26",611N	6° 10' 44",161W	50,929	Baseline
1030	SSK663.3	36° 31',19",845N	6° 10' 15",961W	57,735	Baseline
2001	SSK3	36° 26' 44",145N	6° 08' 48",705W	46,304	Baseline
2003	SSGNK331	36° 25' 12",360N	6° 08' 41",093W	52,734	Baseline
2004	SSK6	36° 24' 56",988N	6° 08' 36",846W	49,772	Baseline
3000	CHICLANA 1	36° 25' 21",970N	6° 09' 03",010W	47,477	Baseline
3001	CHICLANA 2	36° 25' 30",595N	6° 09' 21",934W	48,890	Baseline
3002	CHICLANA 3	36° 25' 45",512N	6° 09' 40",481W	46,885	Baseline

## **CÁLCULO DE LA COTA ORTOMÉTRICA DE LOS PUNTOS DEL CUADRO IIb:**

Para calcular la cota ortométrica de los puntos del cuadro IIb se realizaron los pasos siguientes:

- Se midieron los desniveles desde el punto SSK682 a los puntos, CLAVTORRE y TORREGORDA y desde el punto SSNGK331 a los puntos CHICLANA1, CHI-CLANA2 y CHICLANA3.
- Se midió el valor de la gravedad en los puntos SSK682, CLAVTORRE, TORREGORDA, SSNGK331, CHICLANA1, CHICLANA2 y CHICLANA3.

## **MEDICIÓN DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL:**

Para hacer la medición de las diferencias de nivel necesarias, se ha utilizado un equipo de nivelación de alta precisión proporcionado por el IGN. Las características de la metodología que se ha seguido son las siguientes:

- Se ha utilizado el método de nivelación geométrica con estacionamiento central.
- La distancia del nivel a las miras se ha medido con cinta métrica.
- Cada nivelada ha tenido una longitud inferior a sesenta metros.
- Cada desnivel se ha medido dos veces haciendo un itinerario de ida y otro de vuelta.
- Las observaciones han sido realizadas a primera hora de la mañana.
- Los itinerarios que se han realizado así como el valor de los datos obtenidos en campo, y el valor de los desniveles calculados con esos datos, se reflejan en el Anexo Ia.

## **MEDICIÓN DEL VALOR DE LA GRAVEDAD:**

Para la medición del valor de la gravedad, en los puntos anteriormente citados, se han utilizado dos gravímetros LACOSTE-ROMBERG, proporcionados por el IGN, que es un gravímetro que aprecia la centésima de miligal.

Las características del método que se ha utilizado para la medición de la gravedad, son las siguientes:

- Se han realizado los ocho itinerarios que reflejan en el Anexo IIIa.
- Cada itinerario empieza y termina con la medición en un punto, situado en un túnel del Real Instituto y Observatorio de la Armada que es un punto de gravedad conocida por pertenecer a la red gravimétrica Nacional.
- En cada punto se han efectuado dos lecturas espaciadas diez minutos.
- Cada punto se ha incluido en, al menos, tres itinerarios.

El cálculo del valor de la gravedad de los puntos de cada itinerario, también se ha realizado en este caso con el mencionado programa REDGRA2.

Los valores que se han obtenido en cada uno de los puntos de los diferentes itinerarios, se reflejan en el Anexo IVa.

### **CÁLCULO DE LA COTA ORTOMÉTRICA:**

Con los valores de las diferencias de nivel medidas, los de la gravedad, y con el valor de la cota ortométrica del punto SSK682, y del punto SSNGK331, se calcula la cota ortométrica, de los puntos del cuadro II, utilizando el programa CALGEO99, proporcionado por el IGN, y que está basado en los fundamentos teóricos que se han expuesto anteriormente.

Los valores que se obtengan se reflejarán en el Anexo Va.

Por fin, y también en el Anexo Va, se refleja el valor de la ondulación del geoide, en los puntos de cota ortométrica conocida, y en los que se la ha medido, así como la diferencia que se obtiene entre estos valores y los que se obtienen utilizando el modelo de geoide IBERGEO95.

### **CÁLCULO DE LA COTA ORTOMÉTRICA DE LOS PUNTOS DEL CUADRO IIIb:**

Para calcular la cota ortométrica de los puntos del cuadro IIIb, se siguieron los pasos siguientes:

- Se ha calculado las diferencias de nivel entre los puntos SSK682, SSKD, SSK680 y SSK686 y el punto NGK29 con los valores que figuran en la reseña de los mismos.
- Se ha calculado la diferencia de nivel entre los puntos SSK663,3 y SSK662,3 y el punto NGS 692 con los valores que figuran en las reseñas de los mismos.
- Se ha medido el valor de la gravedad en todos estos puntos.

### **CÁLCULO DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL:**

Este cálculo se realiza utilizando los valores de las alturas que, para cada uno de esos puntos, figura en la reseña proporcionada por el IGN. Los valores obtenidos se reflejan en el Anexo IIa.

### **MEDICIÓN DEL VALOR DE LA GRAVEDAD:**

Para realizar estas mediciones se siguieron los mismos pasos que para los puntos del cuadro IIb. Los valores que se obtienen, en cada uno de los puntos, de los diferentes itinerarios, se reflejan en el Anexo IVa.

### **CÁLCULO DE LA COTA ORTOMÉTRICA:**

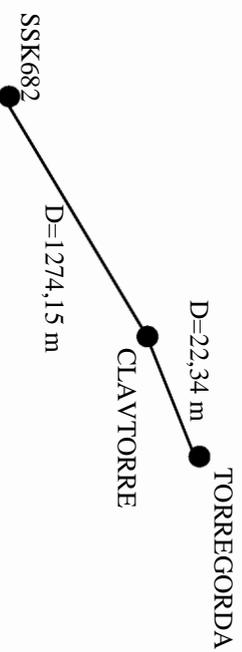
Con los valores de las diferencias de nivel, los de la gravedad, y los de la cota ortométrica de los puntos SSK682 y NGK29, se ha calculado la cota ortométrica de los puntos del cuadro IIIb, utilizando el programa CALGEO99 y la fórmula 2 teniendo en cuenta que la altura de trípode. Los valores que se obtuvieron, se reflejan en el Anexo Va.

Por fin, y también en el Anexo Va, se refleja el valor de la ondulación del geoide en los puntos de cota ortométrica conocida y en los que se la ha medido, o calculado, así como la diferencia que entre estos valores y los que se obtienen utilizando el modelo de geoide IBERGEO95.

**ANEXO Ia: OBSERVACIÓN DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL**

**ITINERARIO: SSK682-TORREGORDA**

**CROQUIS**



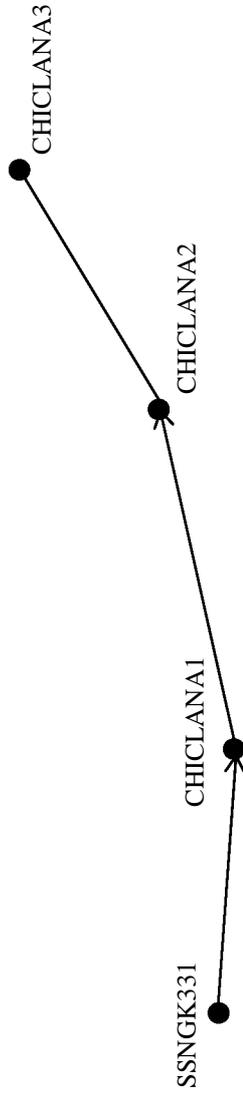
TRAMO	DESNIVEL IDA (metros)			DESNIVEL VUELTA (metros)			DESNIVEL PROMEDIO (metros)
	ESCALA I	ESCALA II	PROMEDIO	ESCALA I	ESCALA II	PROMEDIO	
SSK682-CLAVTORRE	5,34617	5,34583	5,34600	5,34601	5,34592	5,345965	5,34598
CLAVTORRE-TORREGORDA	1,21402	1,21386	1,21394	1,2144	1,21452	1,21446	1,21142

**ANEXO Ia: OBSERVACIÓN DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL**

**ITINERARIO: SSNGK331-CHICLANA3**

COTA ORTOMÉTRICA (SSNGK331) = 8,74415 metros

**CROQUIS**



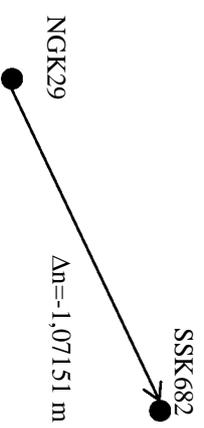
TRAMO	DESNIVEL IDA (metros)			DESNIVEL VUELTA (metros)			DESNIVEL PROMEDIO (metros)
	ESCALA I	ESCALA II	PROMEDIO	ESCALA I	ESCALA II	PROMEDIO	
SSNGK331-CHICLANA1	- 5,3531	- 5,3535	- 5,3533	+ 5,3557	+ 5,3557	+ 5,3557	- 5,35449
CHICLANA1-CHICLANA2	+ 1,4369	+ 1,4366	+ 1,43675	- 1,4367	+ 1,4370	+ 1,43685	+ 1,43680
CHICLANA2-CHICLANA3	- 2,0231	- 2,0236	- 2,02335	+ 2,0227	+ 2,0227	+ 2,0227	- 2,02303

**ANEXO IIa: CÁLCULO DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL**

**ITINERARIO: NGK29-SSK682**

COTA ORTOMÉTRICA (NGK29) = 5,42100 metros

**CROQUIS**

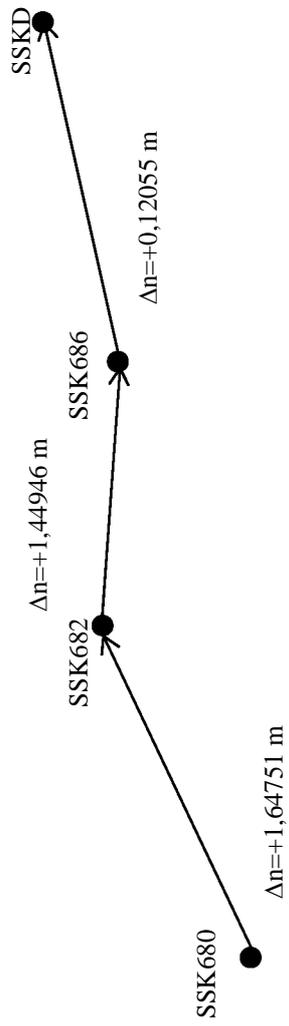


**ANEXO IIa: CÁLCULO DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL**

**ITINERARIO: SSK680-SSK682**

COTA ORTOMÉTRICA (SSK682) = 4,3487 metros

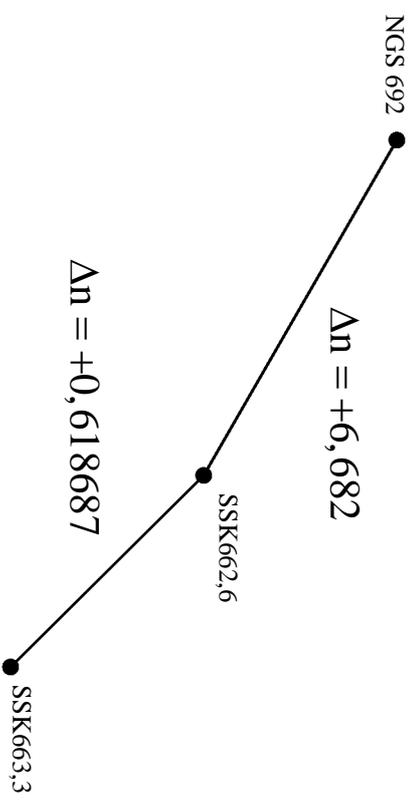
**CROQUIS**



**ANEXO IIa: CÁLCULO DE LAS DIFERENCIAS DE NIVEL**

**ITINERARIO: NGS692-SSK663,3**

COTA ORTOMÉTRICA (NGS 692) = 5,458313 metros



ANEXO IIIa: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA

ITINERARIO 101    GRAVÍMETRO: L&R 1103

FECHA: 9 DE JULIO DE 2002

Nº	PUNTO NOMBRE	COORDENADAS			ALTURA (metros)	LECTURAS DIAL				ALTURA TRIPODE centímetros	
		LATITUD	LONGITUD	ALTURA		PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA			
					HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	
1000	S. FERNANDO	36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	08,55	3376275	09,00	3376295	09,00	3376295	0
1018	ROA.	36°27'55",26N	6°12'20",83W		09,15	3374401	09,18	3374413	09,18	3374413	0
1042	NGK19	36°27'29",699N	6°12'13",769W	20	09,42	3375178	09,44	3375182	09,44	3375182	+16
1013	SSKD	36°30'07",541N	6°16'27",44W	5,9	10,21	3381820	10,24	3381800	10,24	3381800	0
1015	SSK686	36°28'55",031N	6°15'47",35W	5,8	10,50	3379276	10,55	3379289	10,55	3379289	0
1002	TORREGORDA	36°27'32",10N	6°15'06",83W	10,9	11,30	3374808	11,33	3374808	11,33	3374808	0
1001	CLAVTORRE	36°27'32",06N	6°15'06",86W	9,7	11,38	3375185	11,40	3375215	11,40	3375215	0
1018	ROA.	36°27'55",26N	6°12'20",83W		13,13	3374032	13,15	3374036	13,15	3374036	0
1000	S. FERNANDO	36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	13,24	3375981	13,27	3375992	13,27	3375992	0

**ANEXO IIIa: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 102**

**GRAVÍMETRO: L&R 1103**

**FECHA: 9 DE JULIO DE 2002**

Nº	PUNTO NOMBRE	COORDENADAS		ALTURA (metros)	LECTURAS DIAL				ALTURA TRÍPODE centímetros
		LATITUD	LONGITUD		PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA		
					HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	
1000	S. FERNANDO	36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	17,00	3376079	17,05	3376071	0
1018	ROA.	36°27'55",26N	6°12'20",83W		17,15	3374131	17,18	3374145	0
1005	SSK682	36°27'33",40N	6°14'27",19W	4,3	17,55	3377649	18,00	3377616	0
1041	NGK16	36°27'29",126N	6°13'48",170W	3,9	18,24	3378484	18,25	3378461	-40
1014	SSK680	36°27'23",707N	6°13'11",817W	2,7	18,42	3378686	18,44	3378666	0
1018	ROA.	36°27'55",26N	6°12'20",83W		19,04	3374197	19,06	3374192	0
1000	S. FERNANDO	36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	19,12	3376184	19,14	3376184	0

**ANEXO IIIa: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 103**    **GRAVÍMETRO: L&R 1103**    **FECHA: 10 DE JULIO DE 2002**

PUNTO		COORDENADAS			LECTURAS DIAL				ALTURA TRIPODE
Nº	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA		centímetros
					HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	
1000	S. FERNANDO	36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	09,50	3377145	10,04	3376821	0
1018	ROA.	36°27'55",26N	6°12'20",83W		10,15	3374475	10,17	3374473	0
1042	NGK19	36°27'29",699N	6°12'13",769W	20	10,33	3375033	10,35	3375038	+16
1041	NGK16	36°27'29",126N	6°13'48",170W	3,9	10,55	3378330	10,57	3378289	-40
1013	SSKD	36°30'07",541N	6°16'27",44W	5,9	11,12	3381992	11,14	3382022	0
1015	SSK686	36°28'55",031N	6°15'47",35W	5,8	11,38	3379350	11,40	3379348	0
1001	CLAVTORRE	36°27'32",06N	6°15'06",86W	9,7	11,54	3375270	11,56	3375304	0
1002	TORREGORDA	36°27'32",10N	6°15'06",83W	10,9	12,03	3374916	12,05	3374928	0
1005	SSK682	36°27'33",40N	6°14'27",19W	4,3	12,36	3377562	12,38	3377554	0
1014	SSK680	36°27'23",707N	6°13'11",817W	2,7	13,00	3378496	13,02	3378500	0

**ANEXO IIIa: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 103** (Continuación)      **GRAVÍMETRO: L&R 1103**

**FECHA: 10 DE JULIO DE 2002**

Nº	PUNTO NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	LECTURAS DIAL				ALTURA TRÍPODE centímetros
					PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA		
					HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	
2003	SSNGK33 <sub>1</sub>	36°27'55",26N	6°12'20",83W	8,7	13,22	3374694	13,24	3374644	0
2005	CHICLANA1	36°27'33",40N	6°14'27",19W	3,3	13,32	3375033	13,34	3375042	0
1040	CHICLANA2	36°27'27",721N	6°13'50",613W	4,7	13,44	3373368	13,46	3373402	0
1014	CHICLANA3	36°27'23",707N	6°13'11",817W	2,7	13,51	3373072	13,53	3373094	0
1018	ROA.	36°27'55",26N	6°12'20",83W		14,37	3374138	14,39	3374157	0
1000	S. FERNANDO	36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	14,44	3376020	14,46	3376016	0

**ANEXO IIIa: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 104**      **GRAVÍMETRO: L&R 1103**      **FECHA: 11 DE JULIO DE 2002**

PUNTO		COORDENADAS			LECTURAS DIAL				ALTURA TRIPODE
Nº	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA		centímetros
					HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	
1000	S. FERNANDO	36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	09,40	3376232	09,45	3376248	0
1018	ROA.	36°27'55",26N	6°12'20",83W		09,52	3374316	10,00	3374287	0
2003	SSNGK33 <sub>1</sub>	36°27'55",26N	6°12'20",83W	8,7	10,41	3374800	10,45	3374800	0
2005	CHICLANA1	36°27'33",40N	6°14'27",19W	3,3	10,53	3375270	10,57	3375281	0
1040	CHICLANA2	36°27'27",72N	6°13'50",613W	4,7	11,06	3373515	11,10	3373510	0
1014	CHICLANA3	36°27'23",707N	6°13'11",817W	2,7	11,20	3373039	11,30	3373037	0
1018	ROA.	36°27'55",26N	6°12'20",83W		12,19	3374122	12,29	3374132	0
1000	S. FERNANDO	36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	12,35	3376050	12,45	3376061	0

**ANEXO IIIa: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 106**

**GRAVÍMETRO: L&R 1159**

**FECHA: 12 DE JULIO DE 2002**

Nº	PUNTO NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	LECTURAS DIAL				ALTURA TRÍPODE centímetros
					PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA		
					HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	
1000	S. FERNANDO	36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	10,55	3398478	10,57	3398417	0
1018	ROA.	36°27'55",26N	6°12'20",83W		11,01	3396235	11,04	3396225	0
1014	CHICLANA3	36°27'23",707N	6°13'11",817W	2,7	11,31	3395098	11,33	3395085	0
1040	CHICLANA2	36°27'27",721N	6°13'50",613W	4,7	11,38	3395475	11,41	3395467	0
2005	CHICLANA1	36°27'33",40N	6°14'27",19W	3,3	11,45	3397382	11,47	3397289	0
2003	SSNGK33 <sub>1</sub>	36°27'55",26N	6°12'20",83W	8,7	12,00	3396865	12,04	3396958	0
1018	ROA.	36°27'55",26N	6°12'20",83W		12,29	3396516	12,32	3396559	0
1000	S. FERNANDO	36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	12,35	3398764	12,37	3398758	0

**ANEXO IIIa: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 107**      **GRAVÍMETRO: L&R 1159**      **FECHA: 09 DE JULIO DE 2002**

PUNTO		COORDENADAS			LECTURAS DIAL				ALTURA TRIPODE
Nº	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA		centímetros
					HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	
1000	S. FERNANDO	36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	09,10	3397878	09,13	3397883	0
1018	ROA.	36°27'55",26N	6°12'20",83W		09,27	3395964	09,30	3395991	0
1044	NGK21	36°27'53",865N	6°11'54",097W	16,5	10,01	3398028	10,03	3398039	-24,5
1049	NAPG802	36°28'02",250N	6°11'35",521W	6,3	10,16	3400771	10,18	3400780	
1046	NGK23	36°28'32",080N	6°11'40",62W	10,3	10,34	3401623	10,36	3401613	-40,5
1045	NGK22	36°28'32",416N	6°11'38",584W	10,2	10,42	3401698	10,44	3401696	-28,5
1047	NGK24	36°28'06",469N	6°11'24",29W	3,6	11,03	3401647	11,05	3401630	0
1022	NGS684	36°28'01",935N	6°09'52",62W	3,4	11,56	3397682	11,58	3397699	0
1024	SSK670,6	36°28'37",832N	6°08'40",6W	3,4	12,19	3397183	12,21	3397185	0
1025	SSK669,8	36°28'35"N	6°10'44",161W	3,1	12,29	3398784	12,31	3398797	0
1032	NGS687	36°29'49",384N	6°08'33",32W	6,31	12,54	3402329	12,55	3402314	0
1018	ROA.	36°27'55",26N	6°12'20",83W		13,25	3396312	13,28	3396331	0
1000	S. FERNANDO	36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	13,34	3398225	13,36	3398234	0

**ANEXO IIIa: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

**ITINERARIO 108**

**GRAVÍMETRO: L&R 1159**

**FECHA: 09 DE JULIO DE 2002**

Nº	PUNTO	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	LECTURAS DIAL		ALTURA TRIPODE centímetros		
						PRIMERA LECTURA	SEGUNDA LECTURA			
						HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	
1000	S. FERNANDO		36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	17,15	3398309	17,17	3398312	0
1018	ROA.		36°27'55",26N	6°12'20",83W		17,30	3396463	17,33	3396470	0
1033	NGS688		36°31'18",380N	6°09'48",59W	14,2	18,21	3415768	18,23	3415769	0
1034	NGS689		36°31'17",988N	6°09'49",62W	14,1	18,28	3415823	18,30	3415829	0
1030	SSK663		36°31'19",845N	6°10'15",961W	12,9	18,38	3417398	18,40	3417401	0
1029	SSK662		36°31'26",611N	6°10'40", W	6,08	18,48	3419261	18,50	3419286	0
1026	NGS692		36°31'51",033N	6°11'07",45W	5,5	19,05	3419745	19,07	3419759	0
1028	SSKPRB		36°32'00",007N	6°11'34",394W	7,3	19,17	3419172	19,19	3419161	0
1027	NGS695		36°32'01",855N	6°11'49",06W	11	19,29	3418290	19,30	3418297	0
1036	NGS697		36°32'04",873N	6°11'50",088W	10,9	19,35	3418205	19,37	3418194	0
1018	ROA.		36°27'55",26N	6°12'20",83W		20,05	3396421	20,08	3396379	0
1000	S. FERNANDO		36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	20,15	3398300	20,17	3398317	0

ANEXO IIIa: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA

ITINERARIO 109      GRAVÍMETRO: L&R 1159      FECHA: 10 DE JULIO DE 2002

PUNTO		COORDENADAS			LECTURAS DIAL				ALTURA TRIPODE centímetros
Nº	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA		
					HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	
1000	S. FERNANDO	36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	10,14	3397967	10,16	3397960	0
1018	ROA.	36°27'55",26N	6°12'20",83W		10,22	3396069	10,24	3396063	0
1044	NGK21	36°27'53",865N	6°11'54",097W	16,5	10,34	3398202	10,36	3398205	-24,5
1049	NAPG802	36°28'02",250N	6°11'35",521W	6,3	10,46	3401038	10,48	3401056	-21,5
1046	NGK23	36°28'32",080N	6°11'40",62W	10,3	10,57	3401929	10,59	3401931	-40,5
1045	NGK22	36°28'32",416N	6°11'38",584W	10,2	11,03	3401980	11,05	3401995	-28,5
1047	NGK24	36°28'06",469N	6°11'24",29W	3,6	11,14	3401981	11,16	3402027	0
1022	NGS684	36°28'01",935N	6°09'52",62W	3,4	11,35	3397992	11,37	3397999	0
1024	SSK670,6	36°28'37",832N	6°08'40",6W	3,4	11,45	3397077	11,47	3397049	0
1025	SSK669,8	36°28'35"N	6°10'44",161W	3,1	11,52	3398645	11,54	3398657	0
1032	NGS687	36°29'49",384N	6°08'33",32W	6,31	12,00	3402199	12,02	3402215	0
1033	NGS688	36°31'18",380N	6°09'48",59W	14,2	12,10	3415561	12,12	3415569	0

**ANEXO IIIa: OBSERVACIÓN GRAVIMÉTRICA**

ITINERARIO 109 (Continuación)      GRAVÍMETRO: L&R 1159

FECHA: 10 DE JULIO DE 2002

Nº	PUNTO	NOMBRE	LATITUD	LONGITUD	ALTURA (metros)	LECTURAS DIAL				ALTURA TRIPODE centímetros
						PRIMERA LECTURA		SEGUNDA LECTURA		
						HORA	LECTURA	HORA	LECTURA	
1034		NGS689	36°31'17",988N	6°09'49",62W	14,1	12,17	3415644	12,19	3415635	0
1030		SSK663	36°31'19",845N	6°10'15",961W	12,9	12,23	3417183	12,25	3417160	0
1029		SSK662	36°31'26",611N	6°10'40", W	6,08	12,30	3419031	12,32	3419045	0
1026		NGS692	36°31'51",033N	6°11'07",45W	5,5	12,47	3419470	12,49	3419485	0
1028		SSKPRB	36°32'00",007N	6°11'34",394W	7,3	12,54	3418920	12,56	3418936	0
1027		NGS695	36°32'01",855N	6°11'49",06W	11	13,00	3418030	13,02	3418042	0
1036		NGS697	36°32'04",873N	6°11'50",088W	10,9	13,06	3418031	13,08	3418024	0
1018		ROA.	36°27'55",26N	6°12'20",83W		13,37	3396159	13,40	3396152	0
1000		S. FERNANDO	36°27'56"N	6°12'20"W	15,0	13,50	3398061	13,52	3398107	0

**ANEXO IVa**

**CÁLCULO DE LA GRAVEDAD DEFINITIVA DE LOS PUNTOS INCLUIDOS EN LOS ITINERARIOS GRAVIMÉTRICOS**

<b>PUNTO Nº</b>	<b>DENOMINACIÓN</b>	<b>ALTURA TRÍPODE (centímetros)</b>	<b>GRAVEDAD (miligales)</b>
1001	CLAVTORRE	0	979825,76
1002	TORREGORDA	0	979825,36
1005	SSK682	0	979828,18
1013	SSKD	0	979832,39
1014	SSK680	0	979829,21
1015	SSK686	0	979829,85
1024	SSK670.6	0	979825,71
1025	SSK669.8	0	979827,33
1026	NGS692	0	979848,52
1028	SSKPRB	0	979847,93
1029	SSK662.6	0	979848,04
1030	SSK663.3	0	979846,13
1032	NGS687	0	979830,91
1033	NGS688	0	979844,47
1034	NGS689	0	979844,53
1035	NGS684	0	979826,31
1036	NGS697	0	979846,95
1041	NGK16	-40	979828,76
1042	NGK19	+16	979825,54
1044	NGK21	-24,5	979826,77
1045	NGK22	-28,5	979830,48
1046	NGK23	-40,5	979830,41
1047	NGK24	0	979830,40
1049	NAPG802	-21,5	979829,56
2003	SSNGK331	0	979825,43
3001	CHICLANA1	0	979825,69
3002	CHICLANA2	0	979823,95
3003	CHICLANA3	0	979823,52

**ANEXO Va**

**VALORES DE LA COTA ORTOMÉTRICA DE LOS CUADROS IIb y IIIb**

<b>PUNTO Nº</b>	<b>DENOMINACIÓN</b>	<b>COTA ORTOMÉTRICA (metros)</b>
<b>1001</b>	CLAVTORRE	9,692
<b>1002</b>	TORREGORDA	10,902
<b>1005</b>	SSK682	4,3487
<b>1013</b>	SSKD	5,9188
<b>1014</b>	SSK680	2,702
<b>1015</b>	SSK686	5,800
<b>1029</b>	SSK662,6	6,190
<b>1030</b>	SSK663,3	12,871
<b>3000</b>	CHICLANA 1	3,389
<b>3001</b>	CHICLANA 2	4,827
<b>3002</b>	CHICLANA 3	2,803

**ANEXO VIa**

<b>PUNTO Nº</b>	<b>DENOMINACIÓN</b>	<b>h (metros)</b>	<b>H (metros)</b>	<b>ONDULACIÓN (metros)</b>	<b>DIFERENCIA IBERGEO95 (metros)</b>
1001	CLAVTORRE	54,060	9,692	44,368	-1,07
1002	TORREGORDA	55,317	10,902	44,415	-1,02
1005	SSK682	48,756	4,349	44,407	-1,03
1013	SSKD	50,941	5,920	45,021	-0,69
1014	SSK680	47,080	2,702	44,378	-1,02
1015	SSK686	50,383	5,800	44,583	-1,00
1023	SSK671.4	47,879	3,530936	44,35	-1,06
1024	SSK670.6	47,590	3,392835	44,20	-1,26
1026	NGS692	50,562	5,458313	45,10	-0,77
1027	NGS695	55,916	10,981055	44,93	-0,93
1028	SSKPRB	52,218	7,314465	44,90	-0,89
1029	SSK662.6	50,929	5,056197	45,87	-1,05
1030	SSK663.3	57,735	6,304249	51,43	-0,92
1031	SSK665.4	49,950	14,176901	35,77	-0,82
1032	NGS687	50,959	14,101514	36,86	-0,94
1033	NGS688	59,033	5,735865	53,30	-0,91
1034	NGS689	58,961	10,908912	48,05	-0,91
1035	NGS694	50,653	8,99152	41,66	-0,92
1036	NGS697	55,781	5,56964	50,21	-1,00
1048	NGK29	49,834	5,42100	44,41	-1,01
1049	NAPG802	50,704	6,32631	44,38	-0,901
2001	SSK3	46,304	2,08604	44,22	-1,06
2003	SSGNK331	52,734	8,74415	43,99	-1,15
2004	SSK6	49,772	5,70987	44,06	-1,05
3000	CHICLANA1	47,477	3,389	44,088	-1,07
3001	CHICLANA2	48,890	4,827	44,063	-1,11
3002	CHICLANA3	46,885	2,803	44,082	-1,12

#### **4.- CONCLUSIONES:**

- Este procedimiento sólo se debe de utilizar para la determinación de geoides locales, pues el cálculo de la cota ortométrica requiere un tiempo considerable de campo.
- La cota elipsoidal debe de calcularse con el observable de fase, dobles diferencias y fijando ciclos, de no hacerse así el error en dicha cota puede ser considerable, como se aprecia en los puntos NK 15 y NK20
- La cota ortométrica de los puntos 1007, 1008, 1011 y 1018 no es la adecuada.
- Sin tener en cuenta los puntos señalados en negrita en el Anexo V, se observa que la diferencia entre los valores obtenidos y los que se obtienen con el modelo IBERGEO 95 está en torno al metro, lo cual puede indicar que dicho modelo tenga, en esta zona al menos, un error sistemático en torno a esa cantidad.
- Aunque se han utilizado dos tipos de gravímetros, con los que se han conseguido diferentes valores de la gravedad para los mismos puntos, los valores de la cota ortométrica son prácticamente iguales con lo deducimos que se pueden utilizar ambos gravímetros

#### **BIBLIOGRAFIA:**

**BERROCOSO, M., GARATE, J., MARTIN DAVILA, J., FERNANDEZ, A., MOREU, G., JIGENA, B.** (1996): Improving the local Geoid with GPS. *European Geophysical Society XXI General Assembly. Proceedings Session G7*, 91 -- 96 (ISBN 951-711-197-5). La Haya, Holanda.

**HEISKANEN, W.A, y MORITZ.H.** (1985) *Geodesia Física Instituto Geográfico Nacional, Instituto de. Astronomía y Geodesia.* Madrid

**SALVADOR, M.** (1999): Ampliación de la red geodésica de la Bahía de Cádiz y determinación de un geoide local. *Boletín ROA 9/98. Ministerio de Defensa, Secretaría General Técnica.* San Fernando, Cádiz

**SEVILLA, M. J.** (1998): El Geoide Ibérico IBERGEO95 integrado en la Red GPS IBERIA 95. *I Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica: I Asamblea Española de Geodesia y Geofísica* (ISBN 84-95172-10-0) (Cd-Rom), nº páginas 6.

Transformación de datum ETRS89 - ED50  
mediante proyección de Gauss del elipsoide  
sobre la esfera y aplicación bilineal de  
variable compleja

J. B. Mena  
Universidad de Alcalá  
Escuela Politécnica-Departamento de Matemáticas.  
[juan.mena@uah.es](mailto:juan.mena@uah.es)

## *Resumen.*

En este artículo se presenta un método sumamente simple para la transformación precisa de coordenadas entre los sistemas geodésicos ETRS89 y ED50. El proceso se apoya en la red de puntos levantados en ambos sistemas en un territorio, considerándose únicamente el problema bidimensional. Básicamente, la transformación de un punto cualquiera  $P$  consiste en determinar previamente los tres vértices de la red más próximos al mismo de forma que  $P$  quede situado en el interior del triángulo elipsoidal determinado por aquéllos. Estos tres vértices son aplicados entonces mediante sendas proyecciones de Gauss tanto sobre la esfera correspondiente al elipsoide WGS84 (ETRS89) como sobre la relativa al elipsoide de Hayford (ED50). Considerando la isometría de ambas coordenadas geodésicas sobre la esfera y puesto que solo se utilizan tres vértices como referencia, se determinan a continuación de forma cerrada los coeficientes de la transformación bilineal compleja que aplica el triángulo en estudio de una esfera en la otra. A partir de aquí la imagen de  $P$  se obtiene proyectando este punto sobre la esfera correspondiente a su sistema geodésico, aplicándolo después sobre la otra esfera, y calculando finalmente la transformación inversa de paso de esta esfera al elipsoide del sistema de destino. El procedimiento rinde precisiones superiores a las obtenidas por los métodos matriciales de siete parámetros, estimándose que es del mismo orden que los métodos basados en el análisis de distorsiones. Sin embargo, además de resultar mas sencillo, el proceso aquí presentado proporciona mejores resultados que aquéllos allí donde la red base es poco densa.

*Palabras llave:* Transformación de datum, proyección de Gauss, aplicación bilineal.

## 1. Introducción.

El establecimiento del sistema WGS84 (World Geodetic System 1984) como referencia geodésica mundial, y con él el desarrollo y puesta en servicio del sistema de posicionamiento GPS (Global Positioning System), motivaron la necesidad de desarrollar métodos precisos de intercambio de coordenadas geodésicas entre la citada referencia mundial y determinados sistemas de referencia regionales tales como ED50 (European Datum 1950). Concretamente en Europa, esta necesidad aún está vigente dada la enorme cantidad de datos que, referidos al elipsoide de Hayford, se han ido acumulando a lo largo de los años y de los que se han extraído importantes consecuencias de carácter científico y aplicaciones de carácter técnico. Y no sólo en Europa, también existen otras zonas del Globo donde por unos u otros motivos todavía se utilizan elipsoides regionales para distintos fines. De hecho el estudio de las relaciones matemáticas que ligan el sistema WGS84 con cada uno de los principales sistemas geodésicos regionales (NIMA, 2004) es un tema en continuo desarrollo y en el que progresivamente se van alcanzando resultados de mayor precisión.

Como es sabido, una gran mayoría de los métodos de transición de datum consisten en determinar mediante mínimos cuadrados los términos o coeficientes incógnita de una expresión matricial o polinómica, partiendo de una red de vértices cuyas coordenadas son conocidas en los dos sistemas a relacionar. Esta red, que en adelante denominaremos Red de Vértices Dobles (RVD), se establece en un territorio limitado, razón por la cual la ecuación resultante de cada método sólo será válida para el interior de dicha zona. Además, la precisión final de la citada ecuación estará íntimamente ligada tanto con

la lógica matemática del propio método, como con la calidad del levantamiento de la RVD y la densidad de vértices de ésta.

Tal y como se recoge en Gonzalez-Matesanz et al. (2003), son múltiples y variados los métodos desarrollados para llevar a cabo la mencionada transformación entre sistemas geodésicos. Entre ellos destacan por su sencillez los modelos matriciales de 7 parámetros, tales como el conocido esquema de Molodensky – Badekas, donde se considera el carácter infinitesimal de la transformación en comparación con el tamaño de la Tierra. Aún mas simples son los modelos de 5 parámetros, en los cuales se supone como condición previa el paralelismo entre los ejes correspondientes de ambos elipsoides. De análoga precisión para una misma RVD y también muy empleados, son los modelos basados en la determinación mediante regresión estadística de los coeficientes de polinomios de variable real o compleja (Draper, 1981). Sin embargo, en un escalón superior en cuanto al orden de precisión se refiere, figuran las transformaciones cuyos resultados finales se obtienen mediante el análisis de distorsiones (Collier et al. 1998), aplicándose dicho estudio a través de técnicas características como son las superficies de mínima curvatura (Briggs, 1974; Smith and Wessel, 1990), la colocación mínimo cuadrática (Tapley, 1976; Collier et al. 1998), el proceso rubber sheeting (White and Griffing, 1985), o la regresión estadística múltiple (Applebaum, 1982).

Resumiendo lo dicho en el párrafo anterior, y considerando únicamente el problema bidimensional, haremos aquí una clasificación básica de los distintos métodos de transformación atendiendo solamente a dos categorías principales en lo relativo a precisión. El primer grupo será el formado por los que llamaremos *métodos simples*, definidos como todos aquellos donde se prescinde del análisis de distorsiones; y el segundo grupo será el integrado por los *procedimientos que incorporan el modelado de distorsiones*, por lo que, según se ha dicho, todo método del segundo grupo se supone a priori de un orden de precisión superior a cualquier método simple. Pues bien, según esta clasificación, el proceso que se presenta a continuación constituye la transición entre los dos grupos citados; es decir, mostramos un método simple y sumamente sencillo pero que sin embargo es capaz de proporcionar una precisión en la transformación equiparable a la que rinden los métodos que consideran el modelado de distorsiones.

## 2. Descripción del proceso.

### 2.1. La función de transformación.

Supóngase una determinada RVD levantada con precisión en un cierto territorio como puede ser Europa. Consideremos para generalizar que dicha RVD está calculada en coordenadas de los sistemas geodésicos  $S_1$  y  $S_2$ , donde por ejemplo  $S_1$  es ETRS89 (European Terrestrial Reference System 1989) referente al elipsoide WGS84, y  $S_2$  es ED50, definido sobre la base del elipsoide de Hayford. En estas condiciones, sea  $P$  un punto situado en el interior de la región, cuyas coordenadas geodésicas respectivas en los sistemas  $S_1$  y  $S_2$  son  $(\lambda_1, \varphi_1)$  y  $(\lambda_2, \varphi_2)$ . Pretendemos pues determinar una aplicación biunívoca  $f$  tal que:

$$(\lambda_2, \varphi_2) = f(\lambda_1, \varphi_1) \quad [1]$$

Para deducir la expresión del isomorfismo  $f$  entre los espacios bidimensionales  $S_1$  y  $S_2$ , impondremos como condiciones a verificar las dos siguientes exigencias:

1. Que sea conforme, ya que los ángulos han de mantenerse en ambos sistemas geodésicos.
2. Que el factor de anamorfosis lineal en cada punto sea el correspondiente de la RVD.

Estas dos premisas indican que estamos buscando en  $P$  y en un entorno infinitesimal de este punto, una función de semejanza cuya razón sea igual a la definida implícitamente por la RVD en dicho punto. Sin embargo, para determinar tal función nos encontramos con dos cuestiones. La

primera es que la variable latitud no es una magnitud isométrica sobre el elipsoide, y la segunda consiste en que el factor de deformación lineal local es desconocido en tanto no se determine la función  $f$ .

\*\* Para resolver la primera de las cuestiones mencionadas podríamos optar por introducir un cambio de variable que convierta las latitudes geodésicas en latitudes isométricas sobre cada uno de los dos elipsoides en la forma usual (Bugayevskiy and Snyder, 1995; Lauf, 1983). Sin embargo, y puesto que sobre la esfera tanto la longitud como la latitud geodésica son coordenadas isométricas, podemos elegir proyectar de forma biunívoca cada elipsoide sobre una esfera, pero de forma que la deformación lineal entre las proyecciones de  $P$  en estas dos esferas se conserve igual a la existente entre las posiciones de  $P$  en los correspondientes elipsoides. Para lograr esto, que daría respuesta a las dos cuestiones citadas en el apartado anterior, elegiremos como proyección del elipsoide sobre la esfera la propuesta por Gauss para un elipsoide de pequeño achatamiento como es el terrestre (Zakatov, 1953). Recordemos que en dicha proyección se toma como esfera la tangente al elipsoide en un paralelo determinado, siendo el radio de la esfera igual al medio de curvatura en el citado paralelo, y resultando una proyección conforme en toda la esfera y prácticamente equidistante en un margen de unos dos grados a ambos lados del paralelo de tangencia. Con tal disposición, y siendo  $g_1$  y  $g_2$  sendas transformaciones de Gauss en los respectivos paralelos de  $P$ , se tendrán las igualdades:

$$(\lambda'_1, \varphi'_1) = g_1(\lambda_1, \varphi_1), \quad (\lambda'_2, \varphi'_2) = g_2(\lambda_2, \varphi_2) \quad [2]$$

Aquí las coordenadas de los primeros miembros son las correspondientes imágenes de  $P$  sobre cada una de las esferas. En concreto, para un elipsoide de primera excentricidad  $e$  y denominando  $\varphi_0$  a la latitud geodésica del paralelo de tangencia, la correspondiente función  $g$  se construye calculando previamente las constantes de la proyección mediante las siguientes expresiones (Zakatov, 1953):

$$K = \left(1 + \frac{e^2 \cos^4 \varphi_0}{1 - e^2}\right)^{1/2}; \quad \varphi'_0 = \text{Arcsen}\left(\frac{\text{sen } \varphi_0}{K}\right) \quad [3]$$

$$k = \left(\frac{1 - e \text{sen } \varphi_0}{1 + e \text{sen } \varphi_0}\right)^{Ke/2} \tan^K\left(\frac{\varphi_0}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \left[\tan\left(\frac{\varphi'_0}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right]^{-1}$$

Con ello las relaciones que definen la función resultan ser:

$$\lambda' = K \lambda, \quad \tan\left(\frac{\varphi'}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{k} \left(\frac{1 - e \text{sen } \varphi}{1 + e \text{sen } \varphi}\right)^{Ke/2} \tan^K\left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}\right) \quad [4]$$

Puesto que la proyección de Gauss es conforme, los valores de los coeficientes de deformación lineal en meridiano ( $m$ ) y paralelo ( $n$ ) han de ser iguales en todo punto. De hecho las ecuaciones [4] resultan mediante integración de las siguientes ecuaciones diferenciales, donde  $R$  es el radio de la esfera y  $M$  y  $N$  son los radios principales de curvatura en cada punto del elipsoide:

$$\left. \begin{aligned} m &= \frac{R d\varphi'}{M d\varphi} \\ n &= \frac{R \cos \varphi' d\lambda'}{N \cos \varphi d\lambda} \end{aligned} \right\} \rightarrow m = n \rightarrow \left\{ \begin{aligned} \frac{d\lambda'}{d\lambda} &= K \\ \frac{d\varphi'}{d\varphi} &= \frac{M \cos \varphi'}{N \cos \varphi} \end{aligned} \right.$$

En relación con la deformación lineal, inicialmente se tiene que sobre el paralelo de tangencia el factor de escala es igual a la unidad por ser dicha línea automecoica:

$$m_0 = n_0 = K \frac{R \cos \varphi'_0}{N \cos \varphi_0} = 1$$

Pero además resulta que esta propiedad puede extenderse en la práctica hasta los dos grados de latitud a ambos lados del paralelo de tangencia, dado que los valores de las constantes  $R$ ,  $K$  y  $k$  son obtenidos incluyendo en el cálculo las dos siguientes condiciones que motivan una variación evidentemente lenta del factor de escala con el ángulo de latitud:

$$\left[ \frac{dm}{d\varphi} \right]_0 = 0, \quad \left[ \frac{d^2m}{d\varphi^2} \right]_0 = 0$$

De este modo el coeficiente de deformación lineal para una latitud  $\varphi$  responde a la expresión que sigue, la cual rinde valores muy cercanos a la unidad en las proximidades del paralelo automecoico:

$$m = 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{e^2 (1 - e^2) \operatorname{sen} \varphi_0 \cos \varphi_0}{(1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi_0)^2} (\varphi - \varphi_0)^3$$

Vemos por tanto que la proyección de Gauss, aparte de ser conforme, es prácticamente equidistante en una faja centrada en el paralelo de tangencia, razón por la cual tanto los ángulos como la deformación lineal que existe en un entorno del punto  $P$  sobre el elipsoide son conservados por las ecuaciones [4].

\*\* Una vez obtenidas las dos funciones de Gauss, la determinación de la transformación  $f$  queda reducida a encontrar la relación que liga las superficies esféricas en las proximidades de  $P$ . Además, siendo que ahora la relación entre esferas puede ser establecida entre variables isométricas, optaremos por su representación en variable compleja en la forma siguiente:

$$w = w(z) \quad \text{donde} \quad \begin{cases} z = \lambda'_1 + i \varphi'_1 \\ w = \lambda'_2 + i \varphi'_2 \end{cases} \quad [5]$$

La determinación de la función  $w$  la abordamos teniendo en cuenta tres premisas básicas:

1. Que sea conforme a fin de mantener la conformidad de  $f$ .
2. Que refleje un conjunto de transformaciones geométricas elementales.
3. Que sea específica para las proximidades de  $P$ , lo que está motivado por razones de precisión.

Analizando diversas transformaciones de variable compleja elegimos para  $w$  el modelo bilineal, dado que, como es sabido, es conforme y constituye la composición de las transformaciones elementales rotación, traslación, dilatación (o contracción) e inversión:

$$w = \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + 1} \quad [6]$$

Además, y para que se verifique convenientemente la premisa 3, determinaremos los coeficientes complejos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  de nuestra función utilizando únicamente los tres vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$  de la RVD

mas próximos a  $P$ , pero de forma que este punto se encuentre en el interior del triángulo definido por aquéllos. De este modo la resolución del sistema lineal de tres ecuaciones con otras tantas incógnitas:

$$\alpha z_i + \beta - \gamma z_i w_i - w_i = 0 \quad (i = A, B, C) \quad [7]$$

proporcionará una solución cerrada y mas precisa para la transformación concreta de  $P$  que la obtenida por mínimos cuadrados utilizando la masa de vértices de la RVD (Higham, 1996).

Considerando pues lo dicho hasta aquí, resulta que el isomorfismo  $f$  que buscamos se resume en la siguiente descomposición de funciones que proporcionan la imagen en  $S_2$  de un punto  $P$  a partir de sus coordenadas en el sistema geodésico  $S_1$ :

$$(\lambda_2, \varphi_2) = (g_2^{-1} \cdot w \cdot g_1)(\lambda_1, \varphi_1) \quad [8]$$

## 2.2. Algoritmo de transformación para un conjunto de puntos.

Una vez deducida la aplicación [8], para efectuar el intercambio de datum de un conjunto de puntos inmersos en el interior de la RVD, el método de transformación que proponemos aquí comprende realizar para cada punto  $P$  cuyas coordenadas geodésicas son conocidas en el sistema  $S_1$  las siguientes operaciones:

1. Determinación del triángulo  $ABC$  de menor área en cuyo interior se encuentra el punto  $P$  y cuyos vértices son puntos de la RVD. Se trata de un sencillo problema de geometría computacional cuya solución puede estudiarse en De Berg et al. (1998).
2. A partir de las coordenadas en  $S_1$  de los vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$ , cálculo del paralelo de latitud media ( $\varphi_0$ ) entre la máxima y la mínima, y construcción de la proyección conforme y equidistante de Gauss ( $g_1$ ) del elipsoide 1 sobre la esfera 1 según las expresiones [3] y [4]. En este caso, dado que la latitud geodésica de  $P$  es conocida, también puede optarse por tomar ésta como latitud del paralelo de tangencia.
3. A partir de las coordenadas en  $S_2$  de los vértices  $A$ ,  $B$  y  $C$ , cálculo del paralelo de latitud media ( $\varphi_0$ ) entre la máxima y la mínima, y construcción de la proyección conforme y equidistante de Gauss ( $g_2$ ) del elipsoide 2 sobre la esfera 2 según las expresiones [3] y [4]. Asimismo, también en este caso podría elegirse como latitud del paralelo de tangencia el mismo valor adoptado en el punto anterior.
4. Proyección de los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  sobre la esfera 1 (resultado: valores  $z_i$ ) y sobre la esfera 2 (resultado: valores  $w_i$ ) mediante las respectivas ecuaciones [4] obtenidas en las etapas 2 y 3.
5. Determinación de la transformación bilineal [6] que aplica correspondientemente los puntos  $z_i$  en los  $w_i$ , resolviendo el sistema lineal [7].
6. Aplicación de la función [8] al punto  $P$ ; es decir, cálculo sucesivo a partir de las coordenadas  $S_1$  de este punto, de: la proyección  $g_1$ , la transformación  $w$ , y la proyección recíproca de  $g_2$ . Este último paso requiere efectuar aproximaciones sucesivas en la fórmula [4] de latitud.

## 3. Resultados y conclusiones.

El método descrito ha sido aplicado con excelentes resultados para la transformación de puntos entre los sistemas ETRS89 y ED50 de la Península Ibérica y Baleares, utilizando como RVD la red de vértices REGENTE (Red Geodésica Nacional por Técnicas Espaciales; Quirós et

al. 2003). Esta red está compuesta en el citado territorio por algo más de 1000 vértices, lo que supone una densidad conveniente ya que la separación media entre unos puntos y otros es de unos 30 ó 40 Km. En este marco, y una vez realizadas las pruebas pertinentes en distintos puntos repartidos por la región, se obtuvo que el error medio estimado de la transformación oscila alrededor de tan solo unos 10 / 20 centímetros, lo que es mas que suficiente para numerosas aplicaciones de muy diversa índole. Tal precisión es característica de algunos métodos que incorporan el análisis de distorsiones. En la tabla 1 se muestran algunos resultados que fueron obtenidos en puntos situados en la periferia del territorio, es decir, allí donde la precisión del método se supone menor. En ella pueden compararse dichos resultados con los análogos calculados por un método simple como es el método matricial de siete parámetros, así como también con los obtenidos mediante las correcciones de ajuste propias del análisis de distorsiones.

Como prueba extrema se deformó el proceso aplicándolo sobre una serie de puntos, pero tomando como únicos tres vértices de referencia los de la RVD situados en los extremos noreste, noroeste y sur de la Península. En este caso, donde desde luego sería más oportuno el empleo de mínimos cuadrados para determinar la transformación bilineal, se obtuvieron errores en torno a los 2 – 3 metros para puntos interiores al triángulo considerado. Ello confirma que el procedimiento así deformado se comporta en precisión como algunos métodos simples basados en la obtención de parámetros espaciales mediante mínimos cuadrados, si bien en este caso sólo sería necesaria una RVD formada por 4 ó 5 vértices para lograr dicha precisión en la transformación de cualquier punto del territorio peninsular. En la tabla 2 se muestran algunos de los resultados obtenidos por el método deformado, pudiendo ser éstos comparados con los procedentes del método matricial de siete parámetros y con los relativos al análisis de distorsiones.

Situación	ETRS89	ED50 Método matricial de 7 parámetros	ED50 Análisis de distorsiones	ED50 Proy. Gauss y función bilineal
CÁDIZ	06 17 02.926 W 36 31 18.163 N	06 16 58.164 W 36 31 22.855 N	06 16 58.038 W 36 31 22.767 N	06 16 58.037 W 36 31 22.770 N
ALMERIA	02 06 26.179 W 36 45 08.985 N	02 06 21.811 W 36 45 13.560 N	02 06 21.757 W 36 45 13.535 N	02 06 21.780 W 36 45 13.532 N
BARCELONA	02 09 37.816 E 41 20 56.596 N	02 09 42.013 E 41 21 00.610 N	02 09 41.951 E 41 21 00.645 N	02 09 41.944 E 41 21 00.641 N
VIZCAYA	02 30 36.291 W 43 22 38.228 N	02 30 31.611 W 43 22 42.126 N	02 30 31.662 W 43 22 42.140 N	02 30 31.661 W 43 22 42.140 N
PONTEVEDRA	08 46 00.460 W 42 35 49.383 N	08 45 55.189 W 42 35 53.542 N	08 45 54.986 W 42 35 53.601 N	08 45 54.991 W 42 35 53.601 N

*Tabla 1: Algunos resultados para puntos de la periferia del territorio peninsular.*

Name	ETRS89	ED50 Método matricial de 7 parámetros	ED50 Análisis de distorsiones	ED50 Método deformado
P001	01 18 12.435 W 41 30 19.123 N	01 18 07.967 W 41 30 23.200 N	01 18 07.930 W 41 30 23.214 N	01 18 07.922 W 41 30 23.182 N
P002	02 15 33.239 W 40 22 18.355 N	02 15 28.720 W 40 22 22.577 N	02 15 28.675 W 40 22 22.584 N	02 15 28.645 W 40 22 22.536 N
P003	03 12 17.211 W 40 01 53.544 N	03 12 12.611 W 40 01 57.824 N	03 12 12.555 W 40 01 57.836 N	03 12 12.513 W 40 01 57.787 N
P004	04 12 22.221 W 38 55 12.258 N	04 12 17.567 W 38 55 16.675 N	04 12 17.507 W 38 55 16.665 N	04 12 17.441 W 38 55 16.639 N
P005	06 16 10.362 W 38 15 11.343 N	06 16 05.535 W 38 15 15.875 N	06 16 05.522 W 38 15 15.825 N	06 16 05.340 W 38 15 15.885 N

*Tabla 2. Algunos resultados obtenidos mediante el método deformado.*

Como principal conclusión podemos decir que el algoritmo expuesto para la transición de datum constituye un procedimiento novedoso que, haciendo uso de teorías clásicas, resuelve mediante cálculos sencillos el problema del intercambio de elipsoide en un territorio cuando se

dispone de una RVD levantada al efecto. Asimismo, se estima que el proceso es de un orden de precisión similar a la de los métodos basados en el modelado de distorsiones, con la gran ventaja sobre aquéllos de no requerir una alta densificación de la red de referencia. Por lo tanto se considera útil para ser aplicado tanto allí donde existen numerosas observaciones como en aquellas vastas regiones donde la densidad de mediciones es escasa.

#### 4. Referencias.

- Applebaum, L.T. (1982). *Geodetic datum transformation by multiple regression equations*. Proceedings of the Third International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning. Las Cruces, New Mexico, pp. 207-223.
- Briggs, I.C. (1974). *Machine contouring using minimum curvature*. Geophysics, Volume 39, Issue 1, pp. 39-48 (February).
- Bugayevskiy, Lev M. and John P. Snyder. (1995). *Map Projections: A Reference Manual*. London: Taylor and Francis.
- Collier, P.A., Argeseanu, V., Leahy, F. (1998). *Distortion Modelling and the transition to GDA94*. The Australian Surveyor, Vol. 43, No. 1, March, pp. 29-40.
- De Berg, M, Van Kreveld, M., Overmars, M., Schwarzkopf, O. (1998). *Computational Geometry. Algorithms and Applications*. Springer – Verlag. Berlin, Heidelberg, New York.
- Draper, N.R., Smith, H. (1981). *Applied regression analysis*. Wiley.
- Gonzalez-Matesanz, J., Dalda, A., Quirós, R., Celada, J. (2003). *ED50-ETRS89 Transition models for the spanish geodetic network*. Report on the Symposium of the IAG Subcommittee for Europe (EUREF). Toledo, Spain, 4 – 7, June. Vol 13, IAG publications.
- Higham, N.J. (1996). *Accuracy and Stability of Numerical Algorithms*. SIAM.
- Lauf, G B (1983). *Geodesy and Map Projections*, Royal Melbourne Institute of Technology.
- NIMA (2004). *WGS84 definition/relationships with Geodetic Systems*. Technical Report no. 8350.2, National Imagery and Mapping Agency, Whashington.
- Quirós, R., Sobrino, J.A.S., Valdés, M, Cano, M.A., Lozano, L. (2003). *National Report of Spain*. Symposium of the IAG Subcommittee for Europe (EUREF). Toledo, Spain, 4 – 7, June. Vol 13, IAG publications.
- Smith, W.H.F., Wessel, P. (1990). *Gridding with continuous curvature splines in tension*. Geophysics, Volume 55, Issue 3, pp. 293-305.
- Tapley, B.D. (1976). *On the interpretation of least squares collocation*. In Long-time predictions in dynamics; Proceedings of the Advanced Study Institute, Cortina d'Ampezzo, Italy, August 3-16, 1975. (A77-18101 06-89) Dordrecht, D. Reidel Publishing Co., pp. 165-172.
- White, M.S., Griffin, P. (1985). *Piecewise linear rubber-sheet map transformation*. American Cartographer 12 (1985), pp. 123-131.
- Zakatov, P.S. (1953). *A Course in Higher Geodesy*. Translated from Russian by the Israel Program for Scientific Translations for the Office of Technical Services, U.S. Department of Commerce, Washington, D.C., U.S.A., 1962.