PROBLEMAS TRASCENDENTALES, SOLUCIONES SIMPLES

Jaime GOLMAYO HAFNER

Un reto táctico

VIENEN estas líneas a colación por el artículo «Un problema cinemático trascendental», publicado en el número de esta REVISTA de mayo de 2003 y escrito por el capitán de navío Francisco Martínez Fernández. Nada más echar la primera ojeada por encima al ejemplar me detuve en él y lo leí rápidamente; a continuación saqué unos folios y, mediante unos cuantos gráficos y pequeñas ecuaciones, traté de desvelar la clave del misterio, es decir, la demostración de la resolución del problema general que se planteaba. Y creo que lo conseguí.

He de reconocer que me apasiona la resolución de problemas matemáticos, físicos, cinemáticos, etc., siempre que tengan una aplicación real clara y estén a un cierto nivel, ni demasiado bajo ni excesivamente complejo, pues no tengo más titulaciones académicas que las propias de mi Cuerpo y Escala. Por otra parte, soy también un entusiasta del ajedrez, juego en el que de alguna forma se desarrollan la estrategia y la táctica como «artes de la guerra», por lo que también me gusta resolver problemas ajedrecísticos y jugar contra aquellos rivales que se presenten —personas y no máquinas—, aunque en general es cada vez más difícil encontrarlos a bordo.

El problema concreto del artículo lo trabajé en el primer semestre de 1997 durante la preparación para el curso de Guerra Naval que efectué a continuación. Creo recordar que lo resolví acertadamente, aunque no puedo asegurarlo, pues me ha sido imposible encontrar la colección de problemas resueltos después de unas cuantas mudanzas con sus correspondientes «limpiezas de papeles».

El supuesto táctico. Planteamiento del problema cinemático

Si en el artículo mencionado se planteaba y resolvía el problema ante unas determinadas condiciones de viento particulares, manifestando gran sorpresa ante su solución única (común para los casos expuestos) e increíble para la mayor parte de los alumnos (oficiales con gran experiencia), se trata ahora de demostrar y tratar de hacer comprensible al lector el porqué de la solución única sean cuales sean las condiciones de viento.

Recordemos que lo que se pide es, ante unas condiciones de viento dadas en la zona de operaciones del Atlántico, determinar el rumbo que ha de poner una aeronave en emergencia para alcanzar en el mínimo tiempo la costa de Portugal que le queda a levante (a distancia en principio dentro de su autonomía), costa que a los efectos cinemáticos es puramente rectilínea en sentido N/S.

El supuesto táctico crea normalmente un dilema, en el que decide, en este caso, el piloto:

— Poner un rumbo verdadero tal que por efecto del viento le lleve a hacer un rumbo efectivo perpendicular a costa, es decir, 090 (Este), o bien,
— Poner directamente un rumbo verdadero 090 perpendicular a costa, aunque el rumbo efectivo que realmente lleve sea diferente (salvo en los casos de viento en calma, de levante o de poniente puros).

Esta situación llevará probablemente a error al piloto al pensar que la solución segunda, excesivamente simple, no puede ser la correcta, cuando realmente sí que lo es. Voy a tratar de explicar en los próximos párrafos, en primer lugar, por qué la situación es engañosa, y a continuación, la demostración de la solución correcta con independencia de las condiciones de viento reinantes.

El engaño. La intuición frente a la razón

Para comprender la primera parte voy a poner un caso similar, pero más simple, el de un río que hay que vadear, que es rectilíneo, de orillas accesibles para un nadador (playas) y de anchura constante en un buen tramo. Existe un embarcadero en cada orilla, que lógicamente el ingeniero ha construido a la misma altura, es decir, la línea que los une es perpendicular al río y también a la fuerte corriente existente.

Cuando una embarcación desatraca para hacer el cruce ha de poner un rumbo verdadero, desfasado bastantes grados río arriba, para compensar la corriente y llegar al embarcadero de la orilla opuesta. Ahora bien, si transcurrida más de la mitad de la travesía se presenta el caso de que uno de los pasajeros cae al agua sin que se de cuenta el patrón de la embarcación y trata de salvarse, la situación de emergencia hace variar completamente el problema cinemático.

Ante la fuerte corriente es imposible que el accidentado llegue al embarcadero de destino, pero con sangre fría y sabiendo nadar (no hace falta que sea campeón de natación) conseguirá salvarse sin mayor problema; la forma más rápida de llegar a la orilla será nadando en dirección perpendicular a ella, y la corriente no le afectará en nada en cuanto al tiempo, aunque eso sí, acabará en tierra más o menos río abajo en función de su intensidad.

En este último párrafo se condensa la explicación de la situación engañosa. La embarcación tiene un punto de destino concreto —el embarcadero— y ha de aplicar la solución primera del problema planteado, compensando la corriente. Puede decirse que, ante una situación que para él es repetitiva, ha utilizado una solución más racional.

Sin embargo, el nadador en emergencia no quiere llegar al embarcadero, sino cuanto antes a la orilla; por ello nada directamente hacia ella a la mejor velocidad sostenida con independencia de la corriente, que en cualquier caso no le acerca ni le aleja de la orilla; en este caso, el nadador, con escaso tiempo para pensar, parece haber utilizado una solución más intuitiva. Si el nadador tomara cualquier otra dirección, la única componente de sus brazadas que le acercaría a tierra es la perpendicular a ella, derrochando un esfuerzo inútil en la otra componente paralela a la orilla. En conclusión, el nadador ha de adoptar la segunda de las soluciones del problema planteado.

En el caso del alumno al que se le plantea el problema, con bastante capacidad de razonamiento y más tiempo para pensar que el que realmente tendría ante la emergencia, es más que probable que la solución primera —más racional— le sea aparentemente más intuitiva y le lleve a engaño.

Si el amable lector ha conseguido llegar hasta aquí, podrá pensar que el caso expuesto es muy particular —corriente paralela a la orilla— y no explica la solución del problema general; en efecto, hasta ahora solamente quería diferenciar las dos soluciones: cuándo ha de aplicarse una y cuándo la otra, y no llevarse a engaño. La demostración para el caso general requiere un par de gráficos y poco más.

La solución. Demostración vectorial

Sea el vector W el viento verdadero y V_i cualquiera de los vectores de velocidad máxima que puede poner el helicóptero. Tendremos que la velocidad efectiva V_{ei} es la suma vectorial:

$$V_{ei} = V_i + W$$

Y descomponiendo en los ejes X (perpendicular a costa) e Y (paralelo a costa):

$$V_{eiX} = V_{iX} + W_X$$
$$V_{eiY} = V_{iY} + W_Y$$

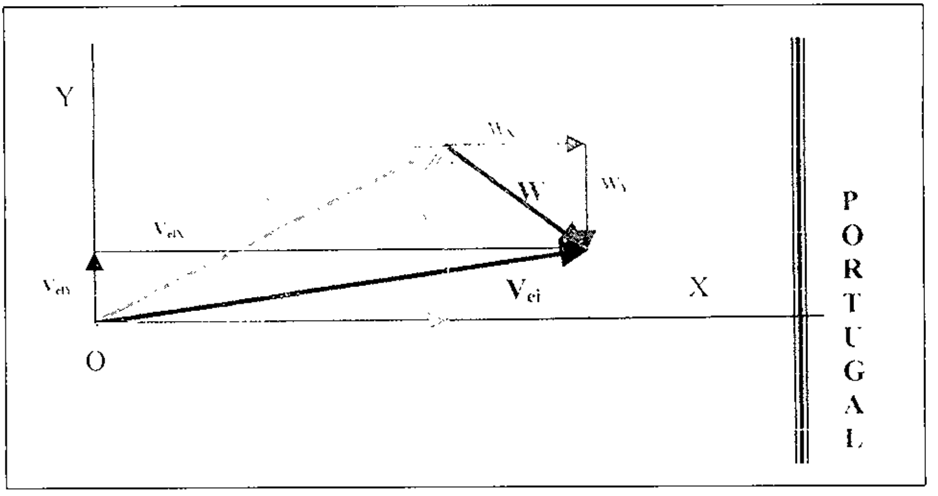

Gráfico 1.

La componente Y, ya sea del viento W_y o de las turbinas V_{iy}, ni acerca ni aleja de la costa durante todo el tiempo de vuelo, al ser paralela a ella, por lo que no interviene en la resolución del problema. Haciendo un inciso, muy diferente sería el caso de tener que llegar a algún punto concreto de la costa, como podría ser el de mínima distancia en el que hay que anular la componente Y (compensar la componente N/S del viento) para no desviarse de la derrota efectiva adecuada, en este caso en el eje positivo X (090). Y aquí radica la clave de la situación táctica, descomposición en X e Y y desecho de la ecuación en la componente Y, convirtiéndose en un problema similar al del «hombre al agua» del río.

Dado que trabajamos ya solamente en el eje X, la distancia a considerar es la correspondiente a la componente X, que es constante e igual a la mínima distancia (a pesar de no tratarse del problema de mínima distancia). Haciendo igualmente un inciso, la componente de distancia en el eje Y, variable según el rumbo que se adopte, nos es indiferente a los efectos de la resolución del problema. Por tanto, siendo la distancia en X constante, para llegar a costa lo antes posible habrá que hacer máximo el vector V_{eiX}, y puesto que W_X es invariable (constante para unas condiciones de viento determinadas), habrá que hacer máximo el vector V_{iX}. Por consiguiente, el vector V_i que lo consigue no es otro que el de rumbo verdadero 090.

La demostración se hace intuitiva si pensamos que no derrochamos potencia de turbina alguna en el eje Y, puesto que la componente Y del viento no hace más que «deslizarnos» paralelos a costa hacia el N o S sin acercarnos ni alejarnos de ella.

La solución cinemática. Demostración

Sea *W* el viento real definido por el segmento OO'. El arco ABC es un tramo de la circunferencia con centro O' y radio V_t correspondiente a cualquiera de los vectores que puede poner el helicóptero a máxima velocidad; por tanto, el arco ABC corresponderá también al lugar geométrico de los vectores V_e de velocidad efectiva con punto de aplicación en O.

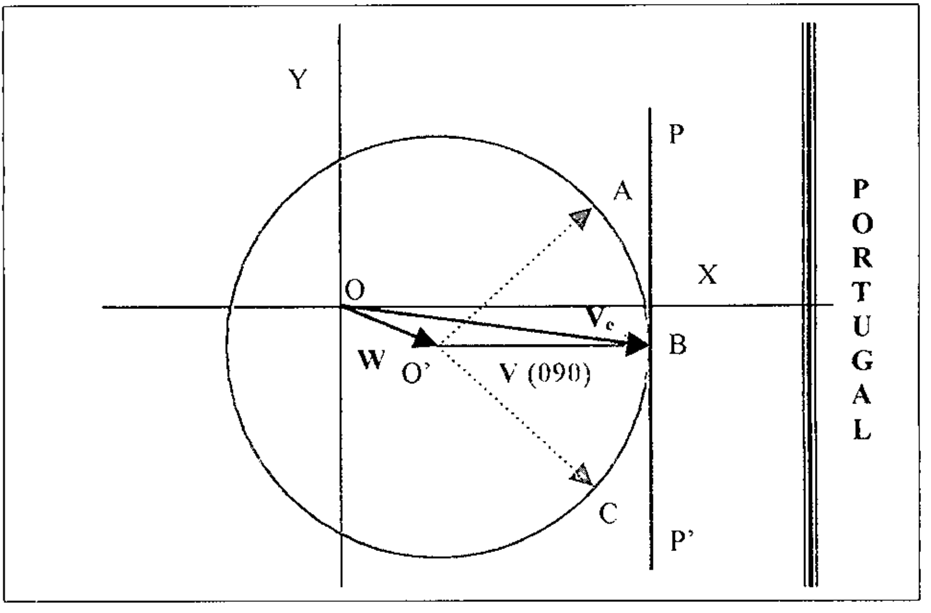

Gráfico 2.

Para hallar el vector efectivo que más se ha acercado a la costa portuguesa, en la unidad de tiempo no hay más que trazar la paralela PP' a la costa que sea, a su vez, tangente al arco ABC. Si B es el punto de tangencia, el vector OB es el de velocidad efectiva deseado y el vector O'B la solución buscada; dado que la tangente PP' (dirección N/S) ha de ser perpendicular al radio en el punto de tangencia B, el vector solución O'B no puede ser otro que el de rumbo verdadero 090, como queríamos demostrar.

Conclusión

A problemas trascendentales, soluciones simples.