

# Meteorología operativa y matemáticas

ALBERTO LINÉS ESCARDO  
Meteorólogo. Doctor en Ciencias Físicas

**N**ada nuevo aportaremos si decimos que la Meteorología y las Operaciones de Vuelo han sido inseparables, aunque su convivencia ha sido a veces un tanto borrascosa, y no solo por el gran número de borrascas que las aeronaves han tenido que sortear.

En alguna manera la Aeronáutica y la Meteorología moderna han tenido desarrollos sensiblemente paralelos, a lo largo de los cuales las Matemáticas han jugado un papel decisivo.

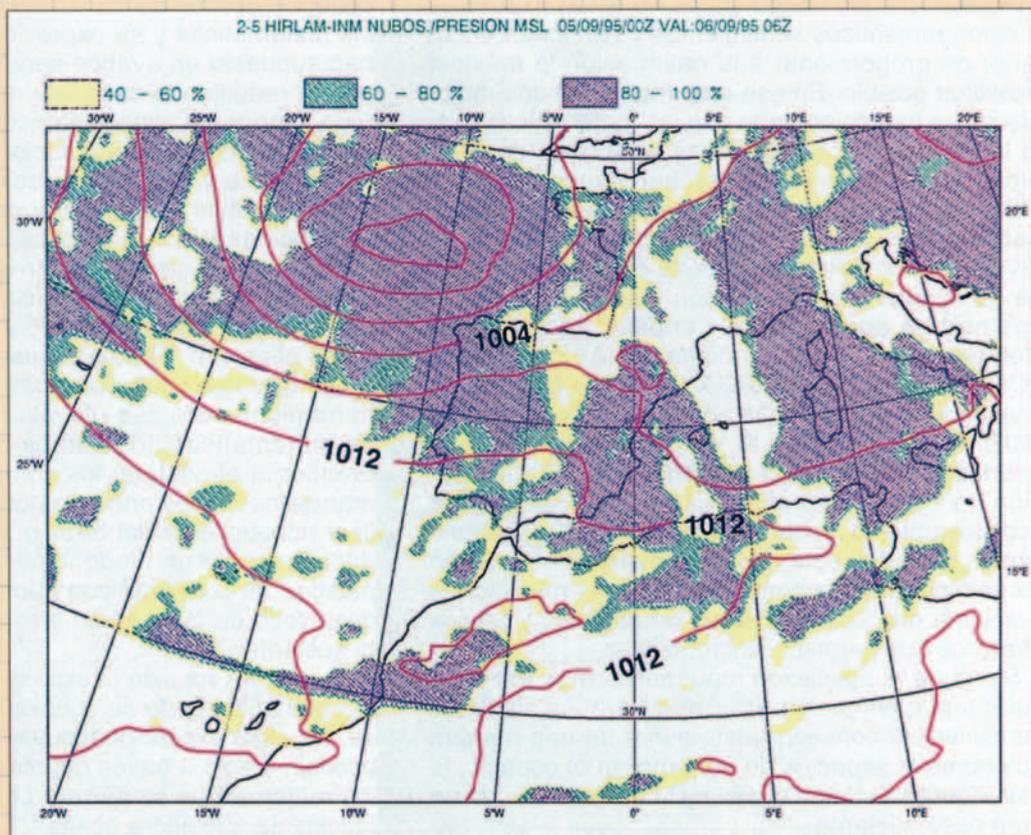
Ya desde Aristóteles se suponía que en el desarrollo de los fenómenos meteorológicos había unas causas físicas implicadas. Lo patentiza cuando dice a su discípulo Teofrasto: "Debemos ahora mostrar que cada viento es acompañado por fuerzas y otras condiciones debidas a relaciones entre uno y otras; tales condiciones son diferentes de unos vientos a otros".

Sin embargo, la formulación matemática de esas relaciones, o en general, las de los movimientos de las masas de aire, tardarían mucho tiempo en lograrse y en realidad no se alcanzarían en forma convincente hasta los comienzos del siglo XX. Newton descubre la gravitación universal en el siglo XVII y establece la relación entre fuerza y aceleración, y Leibnitz la formula e introduce el cálculo diferencial.

Sin embargo, costó cerca de tres siglos que esas le-

yes se aplicaran a los fluidos en general y al aire en particular. Ello se debió principalmente a que no se conocía la relación entre la presión y la densidad, como indica Duncan Thompson (*The Mathematics of Meteorology*). La formulación debida a Boyle y Charles facilitó una nueva relación entre las variables que caracterizan el estado de un fluido. Con los trabajos de Euler y Bernoulli se logró establecer una formulación del movimiento de los fluidos por medio de un sistema de ecuaciones en derivadas parciales no lineales, en que se relacionaban cinco variables, a saber: las tres componentes del viento, la densidad y la presión. Al haber una variable más que ecuaciones, la solución era indeterminada.

Aunque el planteamiento matemático era correcto, la base física era un tanto endeble, entre otras



razones porque al calor se le suponía una forma de la materia. Al establecer Joule el principio de la equivalencia entre calor y trabajo, es decir, el primer principio de la Termodinámica, se allanaba uno de los principales obstáculos. En el plano de lo puramente dinámico, no específicamente hidrodinámico, la formulación de Coriolis fue decisiva, al introducir en todos los movimientos de la materia el efecto de la aceleración debida a la rotación de la Tierra.

Durante el siglo XIX la Matemática marchaba muy por delante de la Meteorología, aunque cada vez las distancias se acortaban gracias a los avances de la Física a lo largo de dicho siglo.

Fue decisivo, ya en 1904, el planteamiento de Vilhelm Bjerknes cuando estableció un sistema de seis ecuaciones en derivadas parciales entre estas seis variables: Las tres componentes del viento, la densidad del aire, la presión y la temperatura. El primer miembro de cada ecuación era la derivada parcial o si se quiere, la variación con respecto al tiempo de cada una de las variables citadas. Dicho con otras palabras: Se planteaba, conocido el estado de la atmósfera, saber cuál será un tiempo después, ya sea unas horas, un día o varios. Bjerknes había sentado sólidas bases para la Meteorología moderna. Casi por las mismas fechas se realizaba el primer vuelo en aeroplano de la historia.

El planteamiento de las seis ecuaciones de Bjerknes era impecable, pues recogía las leyes de Newton sobre el movimiento, la de los gases perfectos, el principio de conservación de la masa y el de la equivalencia.

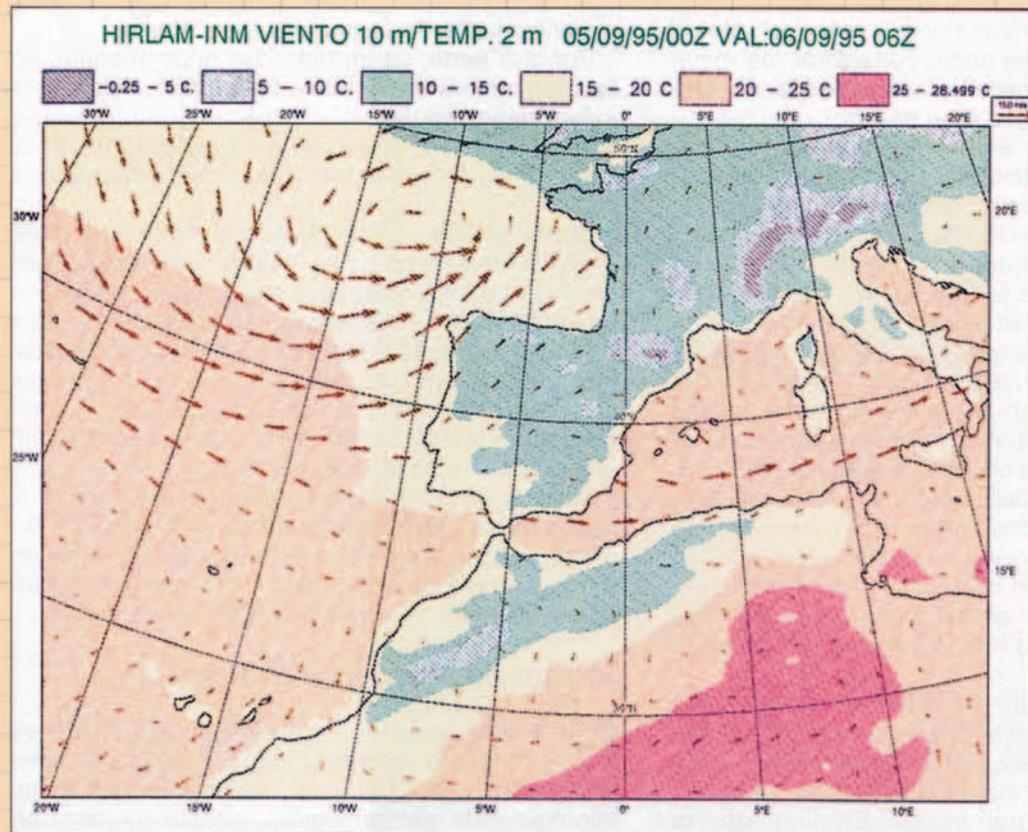
El problema estaba, por una parte, en disponer de una red de datos suficiente y, por otra, la enorme dificultad de resolver un sistema no lineal entre derivadas parciales careciendo de soluciones analíticas. Además, el sistema incluía las ondas sonoras y las gravitatorias no deseables en un planteamiento puramente meteorológico. En alguna manera, la Meteorología devolvía la pelota a la Matemática, ya que venía a decirle: "Este es el problema; ahí queda planteado. Resuélvelo". Y aún llevaba más adelante lo que hoy llamaríamos una "especificación de usuario": De nada sirven técnicas de predicción que empleen más tiempo en elaborarlás que el plazo de validez de las mismas. Porque resolver el sistema de Bjerknes dando a la variable  $t$ , tiempo, incrementos de 24 horas, es decir, una predicción de un día para otro, podía llevar meses.

La trascendencia del planteamiento de Bjerknes era enorme, pero en nada servía para la Aeronáutica. Por ello, en sus primeros años, al menos hasta los años veinte, lo que prevalecía en el apoyo meteorológico al vuelo era la información del tiempo presente y el empirismo. A lo largo de la década de los años veinte, se mejoró bastante gracias a un

mayor conocimiento de la atmósfera superior y sobre todo, por la formulación de la teoría frontal, debida a Bjerknes, Bergeron y Pettersen.

#### EL ENSAYO DE RICHARDSON

**P**ero el problema matemático seguía en pie. El primero que se atrevió a abordarlo en toda su dimensión, fue el científico británico Lewis F. Richardson (1881-1953). Conductor de ambulancias durante la primera guerra mundial, entre servicio y servicio trabajaba en la solución de un caso



concreto, sobre los datos de una cuadrícula que diseñó, que abarcaba las Islas Británicas, Francia y el entorno de los Pirineos. Se extraviaron sus papeles y casualmente fueron encontrados, y acabada la guerra continuó sus trabajos. Tuvo la acertada idea de emplear el método llamado de "las diferencias finitas", con lo que eludía en parte cálculos infinitesimales. Para aliviar el enorme aparato matemático, hubo de hacer continuas simplificaciones. En 1922 ya logró un primer resultado que fue en apariencia un fracaso mayúsculo, ya que para la variación de la presión en 24 horas en un determinado lugar, aparecieron errores de varias decenas de milibares.

Al dar cuenta de sus trabajos, suponía que para poder hacer operativo su método de resolución de las seis famosas ecuaciones harían falta 64.000 personas adiestradas, dotadas de las calculadoras mecánicas entonces disponibles. Y acababa diciendo: "Quizá algún día los avances de la computación la hagan más veloz que el tiempo atmosférico y a un coste menor que los gastos implicados". No podía suponer que tal cosa acaecería en el plazo de unos 25 años.

## LA MATEMÁTICA EN LOS MOVIMIENTOS CUASI HORIZONTALES DEL AIRE

Mediado el siglo XX se hicieron importantes avances en la simplificación de las ecuaciones y en establecer relaciones lineales en lo posible entre las variables implicadas. Un procedimiento fue el de suponer nulas las variaciones transversales y verticales de viento, es decir, considerar los movimientos puramente horizontales como prevalecientes en desplazamientos a gran escala.

Un nuevo concepto entró en escena: La vorticalidad, que es la circulación rotatoria del aire alrededor de un eje orientado arbitrariamente, es decir, el rotacional del vector velocidad. Viene a ser la aplicación meteorológica del teorema de Stokes. Por dar un solo ejemplo de su importancia práctica, diremos que en nuestra Península y su entorno, cuando llega una ola polar es de particular trascendencia verificar si hay o no advección de vorticalidad. En caso afirmativo, cabe esperar una situación compleja de mal tiempo, acompañada, entre otros fenómenos, de frecuentes episodios de engelamiento.

Ya Rosby en 1939 había demostrado que la propagación de las grandes ondas más o menos sinusoidales se podían prever por medio de la vorticalidad, y aplicó también con éxito su método para prever el movimiento de ondas planas. También fue importante el llamado método de las perturbaciones.

En los años cincuenta, la USAF empleaba unos diagramas para las trayectorias de vorticalidad constante, que permitía prever el desplazamiento de los ejes de las ondas principales hasta para 72 horas, es decir, cambios a gran escala. En plena guerra

fría, era decisivo disponer de una predicción de unos días para el caso de una súbita emergencia. Un método diseñado por Jerome Namias basado en las anomalías, con alguna base estadística, permitía asimismo predicciones de hasta cinco días que regularmente eran difundidas por todas las bases militares americanas repartidas por buena parte del mundo.

## LOS PRIMEROS ORDENADORES

Ya en 1946 se disponía de ordenadores cuya velocidad de cálculo era unas 10.000 veces la de las calculadoras convencionales más veloces. En los años posteriores se irían perfeccionando con rapidez. Los meteorólogos se dieron cuenta inmediatamente de las enormes posibilidades que se abrían con los cálculos electrónicos y prestaron una atención creciente al problema de la predicción numérica del tiempo contando para ello con calculadoras de muy alta velocidad.

Los trabajos de Richardson alcanzaron notoria actualidad y pronto se iniciarían los ensayos de lo que se conoce como predicción numérica del tiempo, es decir, la metodología de la predicción del tiempo basada en la resolución de las ecuaciones físicas que rigen el movimiento de la atmósfera. Un hecho importante tuvo lugar en 1948 cuando Charney encontró que un uso adecuado de las aproximaciones geostrofica e hidrostática conducen a una sola ecuación que incluye la presión y en la que están ausentes las ondas sonoras y gravitatorias.

Por otra parte, ya entrados los años sesenta, hubo gran mejora en la red de telecomunicaciones. La mayor densidad de datos resolvía al menos en parte el quizá mayor problema a la hora de analizar las condiciones atmosféricas y elaborar mapas sinópticos.

Como se conocían a fondo los problemas matemáticos implicados en la predicción numérica, los ensayos no se hicieron esperar y fueron sumamente alentadores. Por entonces estuvo de moda lo que se llamaba "predicción objetiva", basada en técnicas muy concretas en las que apenas quedaba espacio para la iniciativa del predictor. Fjortoft ideó un método gráfico relativamente simple para la predicción objetiva del mapa de 500 milibares.

Muchos de los primeros ordenadores fueron de tipo analógico, pero al poco tiempo el Algebra de Boole se impuso y proliferaron con enorme rendimiento los ordenadores digitales, hoy herramienta imprescindible en el mundo actual de la tecnología.

## METEOROLOGÍA OPERATIVA: METOPS

En la década de los años cincuenta gana terreno un concepto ya creado en la II Guerra Mundial: la Meteorología Operativa. Hasta entonces en las informaciones meteorológicas, incluso con fines ae-

ronáuticos, habían prevalecido los criterios cualitativos de manera que esas informaciones eran un elemento más en un juicio de valor acerca del vuelo a emprender. Acaso hubiera alguna excepción, como la información sobre "paso de sierra" que muchas veces era decisoria.

Pero las complejas operaciones militares impulsaron otra forma de trabajar. Por una parte, la información se completaba con los datos proporcionados por aviones y con boyas lanzadas en el campo enemigo. Y las enormes masas de medios bélicos exigían decisiones muy concretas. Así empezó la Meteorología Operativa, en la cual, la información meteorológica debidamente cuantificada venía a ser un dato más en el proceso operativo. Ello obligaba a algo que en las últimas décadas ha venido a ser habitual: el parametrizar las condiciones meteorológicas.

Al desarrollarse espectacularmente la aviación comercial en los años que siguieron a la contienda, y sobre todo al establecer OACI sus "Normas y Procedimientos" en los clásicos anexos al tratado, ocupa vigorosamente su puesto la Meteorología Operativa, METOPS. Este concepto no se limita al puro dato meteorológico, sino también a su transmisión y procesamiento. Uno de sus primeros productos y de los más logrados fue la Red MOTNE, que cuarenta años después nos resulta imprescindible, aunque ha experimentado lógicamente mejoras sustanciales en este tiempo.

En las oficinas de despacho y planificación de vuelos a larga distancia se planteó un problema meteorológico y matemático a la vez: encontrar las rutas de tiempo mínimo. El problema ofrecía variantes: tiempo mínimo, combustible mínimo o coste mínimo. El caso de tiempo mínimo, es un clásico problema de cálculo de variaciones; el combustible o coste mínimo pueden introducir alguna complejidad al entrar nuevos parámetros en liza. Problema resuelto anteriormente y con alguna semejanza al que nos acabamos de referir es el de la llamada Programación Lineal: Encontrar la operación óptima cuando desde varios puntos hemos de realizar

transporte a otros varios distantes, partiendo de bases militares que por lo general no coinciden con los puntos de carga de los materiales movilizados.

## LOS MODELOS DE CIRCULACIÓN GENERAL

Hoy por hoy, la mejor herramienta para la previsión del tiempo son los llamados modelos de circulación general, GCM, que abordan el planteamiento de Bjerknes: Conocida una determinada situación atmosférica, para un valor de  $t$ , tiempo, conocer la que habrá para  $t+6, 12, 24, 48, 72$  o más horas. Por referirnos a algunos, mencionaremos los modelos empleados por el Centro Europeo de Predicción a Medio Plazo. Como en la mayoría de los modelos de circulación, se parte de un sistema de ecuaciones del movimiento del aire, además de una serie de condiciones de contorno. Partiendo de un estado inicial, sumamente complejo a la hora de parametrizarlo, se da a la variable tiempo diferentes valores.

Dado que las ecuaciones son en derivadas parciales no lineales, la complejidad es enorme, por lo que se emplean técnicas de modelización numérica para obtener soluciones aproximadas, y los campos se

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - w \frac{\partial u}{\partial z} + fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial v}{\partial t} &= -u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - w \frac{\partial v}{\partial z} - fu - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \\ \frac{\partial w}{\partial t} &= -u \frac{\partial w}{\partial x} - v \frac{\partial w}{\partial y} - w \frac{\partial w}{\partial z} - g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}, \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= -u \frac{\partial p}{\partial x} - v \frac{\partial p}{\partial y} - w \frac{\partial p}{\partial z} - \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial p}{\partial t} &= -u \frac{\partial p}{\partial x} - v \frac{\partial p}{\partial y} - w \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{C_p p}{C_v} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial T}{\partial t} &= -u \frac{\partial T}{\partial x} - v \frac{\partial T}{\partial y} - w \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{RT}{C_v} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right). \end{aligned}$$

Sistema de ecuaciones de Bjerknes.

representan por un número finito de puntos, en rejillas, es decir, el proceso continuo se "discretiza". Cuanto más fina sea la rejilla, los resultados serán más aproximados a la realidad. Los puntos de la rejilla se repiten en altura en algo más de 30 niveles hasta unos 30 km. de altitud.

Los parámetros introducidos son en superficie: precipitación, capa nivos, presión, temperatura, viento, punto de rocío. En la atmósfera libre: altura geopotencial, viento, temperatura, humedad, nubes, vorticidad, divergencia y otros datos. A estos datos iniciales, se aplican en primer lugar las ecuaciones de Newton en operación cuasi lagrangiana con una aproximación hidrostática para el viento suponiendo nula la aceleración vertical; además, las de los gases perfectos, conservación de la energía y la de continuidad en forma algo compleja. Figuran en el modelo matemático las llamadas con-

diciones de contorno debidamente parametrizadas, tales como la naturaleza y rugosidad del terreno, uso del terreno, contenido de agua en tierra en un metro de espesor, masas de hielo marinas y las anomalías térmicas en el océano. La parametrización de estas condiciones de contorno encierra un problema matemático que se resuelve con la mejor posible aproximación.

El Instituto Nacional de Meteorología emplea el modelo descrito desarrollado por el Centro Europeo de Predicción a Plazo Medio, del que es miembro. Dicho Centro hoy por hoy es el más acreditado del mundo. En la aplicación a la predicción operativa diaria se aplica asimismo el modelo HIRLAM, de escala limitada. En las figuras se presentan pronósticos de sistemas nubosos y de viento en superficie.

Muy deseable sería que la técnica de las condiciones de contorno pudiera ser aplicada rutinariamente en las predicciones locales, tales como en los TAF y en la tendencia de los METAR; en estos últimos, principalmente, juegan todavía un papel importante apreciaciones subjetivas. El hecho es que los GCM no resuelven en su totalidad la predicción del tiempo: es preciso en buen número de casos interpretarlos en forma de lenguaje corriente, sobre todo para la previsión de hidrometeoros y otros. Y ello sin entrar en otros problemas no siempre sencillos de abordar.

Cierto que los GCM tienen sus limitaciones, y no son ciertamente pequeñas. Acaso la primera, y tal vez la más importante sea de tipo conceptual. En los programas de los GCM encontramos las leyes físicas del sistema atmosférico o al menos parte de ellas. Son leyes rigurosamente físicas a las que se aplican criterios físicos; hay pues un contexto determinista en la concepción del modelo. Sin embargo, el punto de partida, el valor inicial del tiempo y la red de datos sobre los que se aplican tales leyes, son aleatorios. Vienen afectados por una representatividad que no puede ser garantizada con rigurosidad. Además se aplica una concepción continuista a una base de partida discreta. Es preciso reconocer que en las ciencias aplicadas tal cosa es no es infrecuente. Quizá no se haya insistido demasiado en este punto y se haya prestado más atención al problema de la resolución del modelo, es decir, a las dimensiones de los rectángulos de la cuadrícula.

La aplicación de los GCM permite elaborar pronósticos con probabilidad de acierto en torno al 90 por ciento hasta 48 horas y muy aceptables hasta cuatro días; con carácter experimental hasta los diez días. Para las necesidades de la Aeronáutica civil y militar los mapas para 12 y 24 horas son de indudable utilidad, y lo mismo podemos decir de los pronósticos hasta cuatro días tanto para la planificación de operaciones militares como para múltiples aplicaciones en el ámbito civil.

## PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LA METEOROLOGÍA ACTUAL

Cualquier tema meteorológico objeto de investigación lleva aparejado un aparato matemático de mayor o menor dificultad. Por supuesto que también aparece la Matemática en el "día a día" de la Meteorología. Algunas veces los problemas son relativamente sencillos de resolver; es el caso del apoyo de la Estadística matemática en apoyo de la Meteorología y sobre todo la Climatología Aeronáutica. Las componentes medias de viento sobre todo en rutas de medio y largo alcance, el diseño de las pistas en los aeródromos, las temperaturas para la planificación y la de referencia de cada aeródromo precisan apoyo de la Estadística. El mayor problema suele estar en la laboriosa tarea de captar datos representativos.

Muchos problemas son complejos y precisan de ordenadores de gran capacidad. Los vectoriales se van imponiendo por resultar insuficientes los de anteriores generaciones. Las nuevas tecnologías en Meteorología han supuesto inversiones enormes, en parte sustentadas por las tasas por ayudas a la navegación. Consecuencia de ello los programas de trabajo se han orientado hacia lo que podía ofrecer los mejores y más espectaculares productos a corto plazo, es decir, mejoras en las predicciones. En nuestro Instituto Nacional de Meteorología, se han hecho importantes inversiones en sistemas de telecomunicaciones de alta velocidad, satélites meteorológicos de alta resolución, redes de radares de uso específico y equipos informáticos de muy alta capacidad de cálculo, así como la integración en el Centro Europeo de Predicción a Plazo Medio. Mejora añadida ha sido el sistema MclDas, que integra operativamente imágenes de satélites y valores numéricos de la red aerológica.

El hecho de que se disponga hoy de unos medios tecnológicos sin precedentes no quiere decir ni mucho menos que se encuentren resueltos los grandes problemas de la Meteorología. Los actuales GCM que se ruedan en el Centro Europeo de Predicción y en otros acreditados no son todavía capaces de resolver el sistema de las seis ecuaciones de Bjerknes. No son modelos tridimensionales, sino multibidimensionales, es decir, se sigue rentabilizando a Rosby en espera de planteamientos más completos.

Hay además temas aeronáuticos que ofrecen puntos oscuros en cuya aclaración tiene mucho que decir la Matemática; buen ejemplo es la corriente en chorro. Pocos se atreverían a dar por acabado el problema de parametrizar la onda de montaña. Así como a escala sinóptica son espectaculares los avances, en la meso escala no se ha hecho más que empezar, como en microescala.

Cabe esperar que caminen la Meteorología y la Matemática juntas en el siglo XXI. Las operaciones de vuelo militares y civiles ganarán en seguridad, eficiencia y en economía. ■